제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\frac{3}{2}} \times 4^{-\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① 2^{-1} ② $2^{-\frac{1}{2}}$ ③ 1 ④ $2^{\frac{1}{2}}$ ⑤ 2

2. 함수 $f(x)=2x^3-x-4$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$의 값은? [2점]

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2=2,\quad a_{10}-a_7=9$$

일 때, a_7의 값은? [3점]

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 7x+a & (x\le 2) \\ x^2+ax & (x>2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. $\int_0^2 (2x^3+6x^2-x)\,dx$ 의 값은? [3점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

6. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin\frac{x}{b}+2$의 최댓값이 5이고 주기가 8π일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

7. 함수 $f(x)=2x^3+ax^2-4ax$가 $x=1$에서 극소일 때, $f(x)$의 극댓값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_3}{a_1+2a_2}=\frac{7}{3}$$

일 때, $\frac{a_8}{a_6}$의 값은? [3점]

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각이 $t(t\geq 0)$일 때 두 점 P, Q의 위치가 각각

$$x_1=4t^3-t^2-11t,\quad x_2=2t^2+7t+3$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q의 가속도를 각각 p, q라 할 때, $p-q$의 값은? [4점]

① 30 ② 33 ③ 36 ④ 39 ⑤ 42

10. 상수 $a(a>1)$에 대하여 직선 $y=7$이 두 곡선 $y=16a^x$, $y=\frac{1}{4}a^x$과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}=4$일 때, a의 값은? [4점]

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

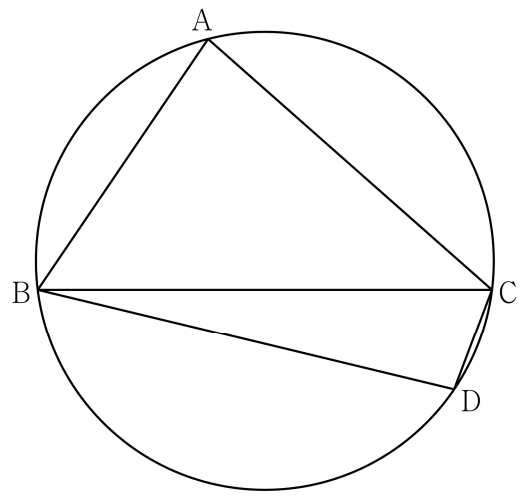
11. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{-1}^{x} f(t)\,dt = xf(x) - 2x^3 - 3x^2 + 6$$

을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$인 삼각형 ABC의 외접원에서 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위에 점 D가 있다. $\sin(\angle BCD) = \frac{\sqrt{14}}{4}$일 때, 선분 BD의 길이는? [4점]



① $2\sqrt{7}$ ② $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{7\sqrt{10}}{4}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{10}}{5}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

13. 최고차항의 계수가 6인 이차함수 $f(x)$가

$$f(0)=0,\quad \int_0^2 f(x)dx=4$$

를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^2 \left|f(x)\right| dx=6$

ㄴ. $g(1)=0$인 일차함수 $g(x)$에 대하여
$\int_0^2 \left(f(x)+g(x)\right)dx=4$이다.

ㄷ. $k>6$인 각각의 실수 k에 대하여,
$\int_0^2 \left(f(x)+h(x)\right)dx=4$와 $\int_0^2 \left|f(x)+h(x)\right| dx=k$
를 동시에 만족시키는 일차함수 $h(x)$가 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 5 & (x\text{가 자연수가 아닌 경우}) \\ \dfrac{1}{x} & (x\text{가 자연수인 경우}) \end{cases}$$

에 대하여, $\sum_{k=1}^{n}\dfrac{f\left(\sqrt[3]{k}\right)}{5f(k)}$의 값이 자연수가 되도록 하는 300 이하의 자연수 n의 개수는? [4점]

① 135 ② 144 ③ 153 ④ 162 ⑤ 171

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [4점]

> 모든 실수 a에 대하여
>
> $$\lim_{x \to a} \frac{(2x+1)f(x)}{f(x)+f(x-t)}$$
>
> 의 값이 존재하도록 하는 양수 t의 집합은 $\left\{ t \middle| t \geq \frac{3}{2} \right\}$이다.

① $\frac{5}{2}$ ② 5 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{25}{2}$

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-3) = \log_9(2x-3)$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x$이고 $f(0) = 10$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

18. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 28$이고 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \\ 2a_n + 12 & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, a_6의 값을 구하시오. [3점]

19. 기울기가 8이고 y절편이 양수인 직선이 곡선 $y = x^3 - 3x^2 - x + 2$에 접할 때, 이 직선은 점 $(1, k)$를 지난다. k의 값을 구하시오. [3점]

20. $0 \le x \le 2\pi$에서 정의된 두 함수

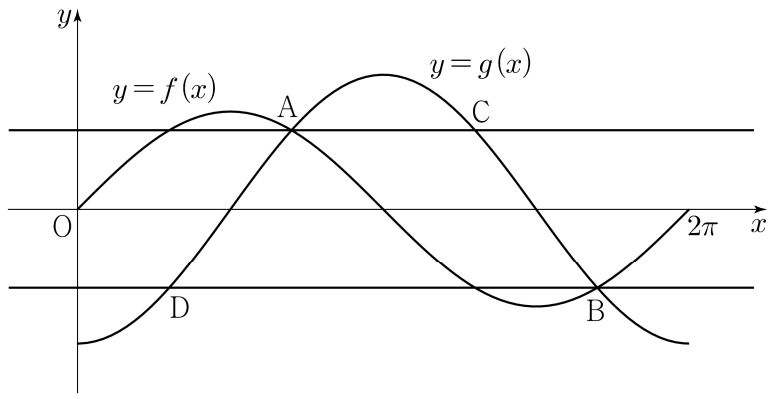
$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = -k\cos x \ (k > 1)$$

이 있다. 두 곡선 $y = f(x)$와 $y = g(x)$가 제1사분면에서 만나는 점을 A, 제4사분면에서 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y = g(x)$와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하고, 점 B를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y = g(x)$와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 하자. 다음은

(삼각형 CDB의 넓이) : (삼각형 AOD의 넓이) = 14 : 5

일 때, 상수 k의 값을 구하는 과정의 일부이다.
(단, O는 원점이다.)

두 곡선 $y = f(x)$와 $y = g(x)$는 그림과 같다.



점 A의 x좌표를 a라 하면
두 점 B, D의 좌표는 다음과 같다.

B((가) , $-\sin a$), D((나) , $-\sin a$)

삼각형 CDB의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{DB}} \times 2\sin a$$

이고,

(삼각형 AOD의 넓이) = $\frac{5}{14}$ × (삼각형 CDB의 넓이)

이므로 $a =$ (다) 이다. 따라서

$k = -\tan($ (다) $)$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $p(a)$, $q(a)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 α라 하자. $3 \times \frac{p(\alpha)}{q(\alpha)}$의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. [4점]

(가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

(나) $g(x)=\begin{cases} -f(x) & (f(x)\geq 0) \\ 7f(x) & (f(x)<0) \end{cases}$

일 때, 어떤 실수 a에 대하여 함수

$h(x)=g(x)+\left|(x-1)(x-a)(x-4+a)\right|$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

22. 상수 $a\,(a>1)$과 직사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 곡선 $y=a^x$, $y=2x^2-\frac{7}{2}x+3$은 모두 점 A와 점 B를 지난다.

(나) 두 곡선 $y=\log_a\left(x-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}$, $y=2x^2-\frac{15}{2}x+\frac{15}{2}$는 모두 점 C와 점 D를 지난다.

$a^3=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{x}{\ln(2x+1)}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

24. $\int_0^1 (3x+1)e^x dx$ 의 값은? [3점]

① $e+2$ ② $2e$ ③ $e+3$ ④ $2e+1$ ⑤ $2e+2$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

25. 정수 k에 대하여 수열 $\{a_n\}$의 일반항을

$$a_n = \left(\frac{k^2-20}{16}\right)^n$$

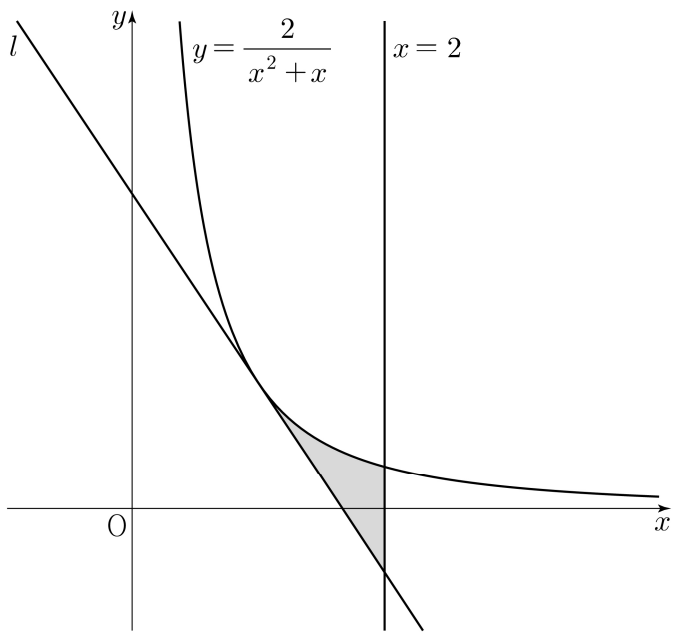
이라 하자. 수열 $\{a_n\}$이 수렴하도록 하는 k의 개수는? [3점]

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

26. 곡선 $y=\frac{2}{x^2+x}\,(x>0)$ 위의 점 $(1,1)$에서의 접선을 l이라 하자. 곡선 $y=\frac{2}{x^2+x}\,(x>0)$과 직선 l 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $2\ln\frac{4}{3}-\frac{1}{3}$ ② $2\ln\frac{4}{3}-\frac{1}{4}$ ③ $2\ln\frac{4}{3}-\frac{1}{8}$

④ $2\ln\frac{3}{2}-\frac{1}{4}$ ⑤ $2\ln\frac{3}{2}-\frac{1}{8}$



이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 함수 $f(x)=(\ln x)^3-3\ln x$에 대하여

$x \geq -2$에서 정의된 함수 $g(x)$는 $x>-2$에서 미분가능하고 $t \geq e$인 모든 실수 t에 대하여 $g\big(f(t)\big)=t^2$을 만족시킨다.

$x>\dfrac{1}{e}$에서 정의된 함수 $h(x)=g\big(f(x)\big)$에 대하여 $h'(1)$의 값은? [3점]

① $-\dfrac{e^{2\sqrt{3}}}{3}$ ② $-\dfrac{2e^{2\sqrt{3}}}{5}$ ③ $-\dfrac{e^{2\sqrt{3}}}{2}$

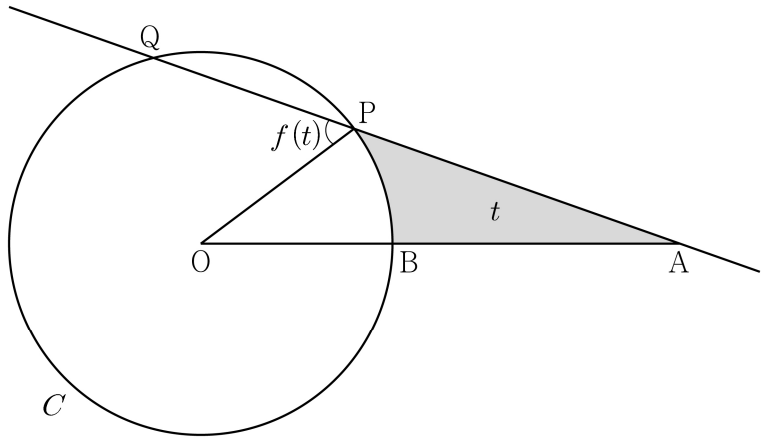
④ $-\dfrac{2e^{2\sqrt{3}}}{3}$ ⑤ $-e^{2\sqrt{3}}$

28. 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C가 있다.

$\overline{\mathrm{OA}}=5$인 점 A에 대하여 선분 OA와 원 C가 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고 점 O를 지나지 않는 직선이 원 C와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 점을 P, Q($\overline{\mathrm{AP}}<\overline{\mathrm{AQ}}$)라 하자. 점 Q를 포함하지 않는 호 BP와 두 선분 AB, AP로 둘러싸인 도형의 넓이를 t라 할 때, $\angle \mathrm{OPQ}=f(t)$라 하면 $f(t)$는 미분가능한 함수이다.

$\tan f(k)=\dfrac{3}{2}$인 실수 k에 대하여 $f'(k)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{7}{13}$ ② $\dfrac{15}{26}$ ③ $\dfrac{8}{13}$ ④ $\dfrac{17}{26}$ ⑤ $\dfrac{9}{13}$



이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n - a_1 & \left(|a_n| \geq 10\right) \\ (a_n)^2 & \left(|a_n| < 10\right) \end{cases}$$

이라 하자. 수열 $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(b_2)^2 = 36b_3$

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$은 수렴하고 그 합은 12이다.

$a_1 > 0$이고 $a_2 < 0$일 때, $36 \times a_4 \times a_6$의 값을 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x) = 2^{2x + \frac{1}{2}\cos \pi x}$의 역함수 $g(x)$는 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 도함수를 갖는다.

$$\frac{1}{4}\int_{f(1)}^{f(3)} g(x)\,dx + \int_{f(0)}^{f(2)} \frac{2^{4g(x)}g'(x)}{x}\,dx = \frac{q}{p}\sqrt{2}$$

일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.