2026학년도 5월 고3 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

※ 본 전국연합학력평가는 17개 시도교육청 주관으로 시행되며, 문제지는 EBSi에서만 제공됩니다. 무단 전재 및 재배포는 금지됩니다.

1	④	**2**	⑤	**3**	③	**4**	⑤	**5**	①
6	①	**7**	⑤	**8**	③	**9**	①	**10**	②
11	④	**12**	②	**13**	②	**14**	③	**15**	⑤
16	24	**17**	140	**18**	8	**19**	10	**20**	155
21	55	**22**	9						

1. [출제의도] 지수법칙 계산하기

$2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{32} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{5}{3}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{5}{3}} = 4$

2. [출제의도] 미분계수 계산하기

$y' = 3x^2 + 2$이므로

곡선 $y = x^3 + 2x - 1$ 위의 점 $(1, 2)$에서의

접선의 기울기는 $3 \times 1^2 + 2 = 5$

3. [출제의도] 부정적분 이해하기

함수 $f(x)$는 $\frac{d}{dx}f(x)$의 한 부정적분이고

$$\int \frac{d}{dx}f(x)dx = \int (3x^2 - 5)dx = x^3 - 5x + C$$

(C는 적분상수)

이므로 $f(x) = x^3 - 5x + c$(c는 상수)

$f(0) = 1$에서 $c = 1$

따라서 $f(x) = x^3 - 5x + 1$이므로 $f(1) = -3$

4. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x) = 3 + 2 = 5$

5. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프 이해하기

곡선 $y = 2^{x-a} + b$의 점근선이 직선 $y = -4$이므로

$b = -4$

곡선 $y = 2^{x-a} - 4$가 원점을 지나므로

$2^{-a} - 4 = 0$에서 $a = -2$

따라서 $a + b = -6$

6. [출제의도] 삼각함수의 그래프 이해하기

함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값이 각각

$a+1$, $-a+1$이므로

$(a+1) - (-a+1) = 2a = 6$에서 $a = 3$

함수 $f(x)$의 주기가 $\frac{2\pi}{b}$이므로

$\frac{2\pi}{b} = 3\pi$에서 $b = \frac{2}{3}$

따라서 $a + b = \frac{11}{3}$

7. [출제의도] 정적분의 성질 이해하기

$\int_a^x f(t)dt = x^2 - 3ax + 2$의 양변을

x에 대하여 미분하면 $f(x) = 2x - 3a$

$f(0) = -3a > 0$에서 $a < 0$

$\int_a^x f(t)dt = x^2 - 3ax + 2$의 양변에 $x = a$를 대입하면

$0 = a^2 - 3a^2 + 2$에서 $a^2 = 1$

$a = -1$이므로 $f(x) = 2x + 3$

따라서 $f(2) = 7$

8. [출제의도] 등비수열을 활용하여 문제해결하기

a_3이 a_1과 a_5의 등비중항이므로 $a_3^2 = 36$

수열 $\{a_n\}$의 공비를 $r(r \neq 0)$이라 하면

$a_3 = a_1 r^2 < 0$이므로 $a_3 = -6$

$a_3 + 2a_4 = a_3 + 2a_3 r = -6 - 12r$

$a_3 + 2a_4 = 2$이므로 $r = -\frac{2}{3}$

$a_3 = a_2 r$에서 $-6 = a_2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

따라서 $a_2 = (-6) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 9$

9. [출제의도] 곱의 미분법 이해하기

$\lim_{h \to 0} \frac{g(1+h)-4}{h} = 9$이고 $\lim_{h \to 0} h = 0$이므로

$\lim_{h \to 0} (g(1+h) - 4) = 0$

함수 $g(x) = (x^2 + x)f(x)$가 다항함수이므로

$\lim_{h \to 0} (g(1+h) - 4) = g(1) - 4 = 0$에서

$g(1) = 2f(1) = 4$, $f(1) = 2$

$\lim_{h \to 0} \frac{g(1+h)-4}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{g(1+h)-g(1)}{h} = g'(1)$이므로

$g'(1) = 9$

또한 $g'(x) = (2x+1)f(x) + (x^2 + x)f'(x)$에서

$g'(1) = 3f(1) + 2f'(1) = 6 + 2f'(1)$이므로

$f'(1) = \frac{3}{2}$

따라서 $f(1) \times f'(1) = 2 \times \frac{3}{2} = 3$

10. [출제의도] 삼각함수를 활용하여 문제해결하기

삼각형 ABC의 넓이가 24이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin A = \frac{1}{2} \times 4 \times 15 \times \sin A = 24$

에서 $\sin A = \frac{4}{5}$

각 A가 예각이므로 $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{3}{5}$

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \cos A$

$= 4^2 + 15^2 - 2 \times 4 \times 15 \times \frac{3}{5} = 169$

에서 $\overline{BC} = 13$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 하면 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$2R = \frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{13}{\frac{4}{5}} = \frac{65}{4}$

따라서 $R = \frac{65}{8}$

11. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이용하여 추론하기

조건 (가)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$에 대하여

(ⅰ) $a_1 < 0$일 때

$a_2 = -2a_1 > 0$이므로 $a_3 = a_2 - 3 = -2a_1 - 3$

조건 (나)에 의하여 $-2a_1 - 3 = a_1 + 4$

$a_1 = -\frac{7}{3}$

(ⅱ) $a_1 \geq 0$일 때

$a_2 = a_1 - 3$

(a) $a_2 \geq 0$일 때

$a_3 = a_2 - 3 = a_1 - 6$이므로

조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(b) $a_2 < 0$일 때

$a_2 = a_1 - 3 < 0$이므로 $a_1 < 3$

$a_3 = -2a_2 = -2(a_1 - 3)$

조건 (나)에 의하여 $-2(a_1 - 3) = a_1 + 4$

$a_1 = \frac{2}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 조건을 만족시키는

모든 수열 $\{a_n\}$의 a_1의 값의 합은 $\left(-\frac{7}{3}\right) + \frac{2}{3} = -\frac{5}{3}$

12. [출제의도] 정적분을 활용하여 문제해결하기

ㄱ. $v(t) = 3t^2 - 11t + 8 = (3t-8)(t-1) = 0$에서

$t = 1$ 또는 $t = \frac{8}{3}$

$0 \leq t < 1$에서 $v(t) > 0$,

$1 < t < \frac{8}{3}$에서 $v(t) < 0$이므로

시각 $t = 1$일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다. (참)

ㄴ. 시각 t에서의 점 P의 가속도를 $a(t)$라 하면

$a(t) = \frac{d}{dt}v(t) = 6t - 11$

$a(t) = 1$에서 $t = 2$

그러므로 점 P의 가속도가 1이 되는 순간의 시각 t는 2이다.

시각 $t = 0$일 때 원점을 출발하므로

점 P의 가속도가 1인 순간 점 P의 위치는

$$0 + \int_0^2 v(t)dt = \int_0^2 (3t^2 - 11t + 8)dt$$

$$= \left[t^3 - \frac{11}{2}t^2 + 8t\right]_0^2$$

$= 2 - 0 = 2$ (참)

ㄷ. 시각 $t = 0$에서 $t = 2$까지 점 P가 움직인 거리는

$\int_0^2 |v(t)|dt$

$= \int_0^2 |3t^2 - 11t + 8|dt$

$= \int_0^1 (3t^2 - 11t + 8)dt + \int_1^2 (-3t^2 + 11t - 8)dt$

$= \left[t^3 - \frac{11}{2}t^2 + 8t\right]_0^1 + \left[-t^3 + \frac{11}{2}t^2 - 8t\right]_1^2$

$= \left(\frac{7}{2} - 0\right) + \left\{-2 - \left(-\frac{7}{2}\right)\right\} = 5$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

13. [출제의도] 평균변화율을 활용하여 문제해결하기

조건 (가)에서

$0 < x \leq 12$일 때 $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{2x+1} - 1}$ … ㉠

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$$f(0) = \lim_{x \to 0+} \frac{ax(\sqrt{2x+1} + 1)}{(\sqrt{2x+1} - 1)(\sqrt{2x+1} + 1)}$$

$$= \lim_{x \to 0+} \frac{ax(\sqrt{2x+1} + 1)}{2x}$$

$$= \lim_{x \to 0+} \frac{a(\sqrt{2x+1} + 1)}{2} = a$$

㉠에 의하여 $f(12) = \frac{12a}{\sqrt{2 \times 12 + 1} - 1} = 3a$

조건 (나)에서 모든 실수 k에 대하여

$\frac{f(k+12) - f(k)}{(k+12) - k} = \frac{1}{2}$

$f(k+12) = f(k) + 6$ … ㉡

㉡의 양변에 $k = 0$을 대입하면

$f(12) = f(0) + 6$, $3a = a + 6$에서 $a = 3$

㉠에 의하여 $f(4) = \frac{12}{\sqrt{2 \times 4 + 1} - 1} = 6$

따라서 ㉡에 의하여

$f(28)=f(16)+6=(f(4)+6)+6=18$

14. [출제의도] 삼각함수의 성질을 활용하여 문제해결하기

점 A의 x좌표를 $a\left(0<a<\frac{\pi}{2}\right)$라 하자.

곡선 $y=\sin x$가 직선 $x=\frac{\pi}{2}$에 대하여 대칭이므로

점 B의 x좌표는 $\pi-a$

$\sin a=k$에서

$-\sqrt{1-k^2}=-\sqrt{1-\sin^2 a}=-\cos a$이고

$\sin\left(\frac{3}{2}\pi\pm a\right)=-\cos a$이며,

곡선 $y=\sin x(0\le x\le 2\pi)$와

직선 $y=-\sqrt{1-k^2}$의 교점은 C, D뿐이므로

두 점 C, D의 x좌표는 각각 $\frac{3}{2}\pi-a$, $\frac{3}{2}\pi+a$이다.

$\overline{AB}=(\pi-a)-a=\pi-2a$

$\overline{CD}=\left(\frac{3}{2}\pi+a\right)-\left(\frac{3}{2}\pi-a\right)=2a$

$\overline{CD}-\overline{AB}=2a-(\pi-2a)=4a-\pi=\frac{2}{9}\pi$에서

$a=\frac{1}{4}\times\left(\frac{2}{9}\pi+\pi\right)=\frac{11}{36}\pi$

따라서 $\overline{AB}=\pi-2\times\frac{11}{36}\pi=\frac{7}{18}\pi$

15. [출제의도] 정적분 이해하기

함수 $y=-f(x)$의 그래프에 접하는 직선 중

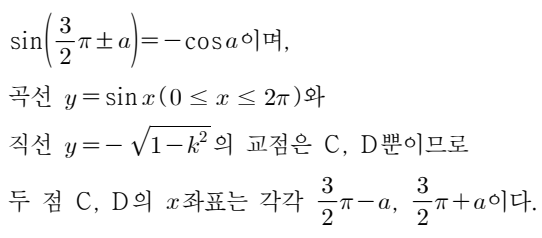
기울기가 1인 직선의 y절편을 t_1이라 하자.

$-p<t<0$ 또는 $t\ge t_1$일 때

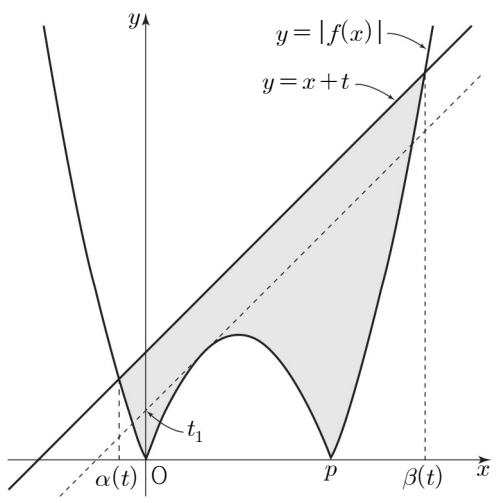
[그림 1], [그림 2]와 같이 $\alpha(t)\le x\le\beta(t)$인

모든 실수 x에 대하여 $|f(x)|\le x+t$이므로

$g(t)=\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)}\{|f(x)|-(x+t)\}dx\le 0$



[그림 1]



[그림 2]

그러므로 함수 $g(t)$는 $0\le t<t_1$에서 최댓값 $\frac{1}{2}$을 갖는다.

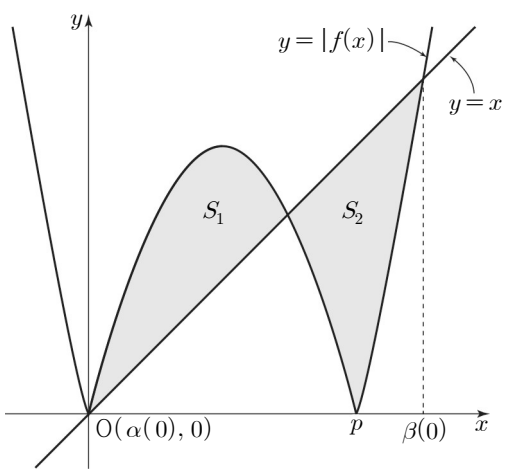
$t=0$일 때의 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와

직선 $y=x+t$의 개형은 [그림 3]과 같고,

함수 $y=|f(x)|$의 그래프와 직선 $y=x$로

둘러싸인 2개 영역의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하면

$g(0)=S_1-S_2$



[그림 3]

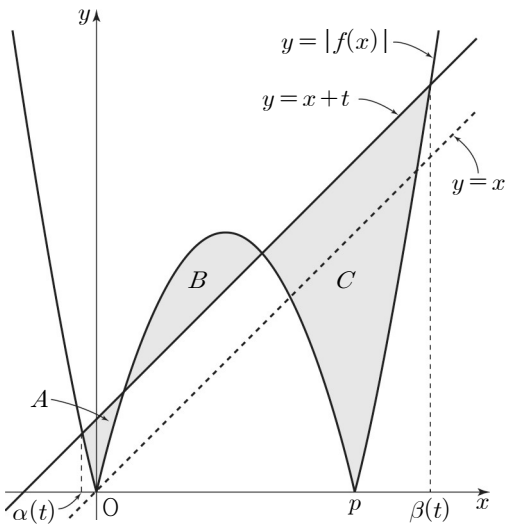
$0<t<t_1$일 때의 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와

직선 $y=x+t$의 개형은 [그림 4]와 같고,

함수 $y=|f(x)|$의 그래프와 직선 $y=x+t$로

둘러싸인 3개 영역의 넓이를 각각 A, B, C라 하면

$g(t)=-A+B-C$



[그림 4]

$0<t<t_1$인 모든 실수 t에 대하여

$B<S_1$, $C>S_2$이므로

$-A+B-C<B-C<S_1-S_2$

그러므로 $0\le t<t_1$인 모든 실수 t에 대하여

$g(t)\le g(0)$이며 $g(0)=\frac{1}{2}$

방정식 $|f(x)|=x$의 해가 0, $p-1$, $p+1$이므로

$\alpha(0)=0$, $\beta(0)=p+1$

$$g(0)=\int_{\alpha(0)}^{\beta(0)}(|f(x)|-x)dx$$
$$=\int_0^{p+1}|f(x)|dx-\int_0^{p+1}x\,dx$$
$$=\int_0^{p}(-f(x))dx+\int_p^{p+1}f(x)dx-\int_0^{p+1}x\,dx$$
$$=\int_0^{p}(-x^2+px)dx+\int_p^{p+1}(x^2-px)dx-\frac{(p+1)^2}{2}$$
$$=\frac{p^3-3p^2-3p-1}{6}=\frac{1}{2}$$

$p^3-3p^2-3p-4=(p-4)(p^2+p+1)=0$

따라서 $p=4$

16. [출제의도] 호도법 이해하기

부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 8^2\times\frac{3}{4}\pi=24\pi$이므로 $a=24$

17. [출제의도] 수열의 합 이해하기

$\sum_{k=1}^{7}a_{2k}=\sum_{k=1}^{7}(k^2-a_{2k-1})=\sum_{k=1}^{7}k^2-\sum_{k=1}^{7}a_{2k-1}$에서

$\sum_{k=1}^{7}k^2=\sum_{k=1}^{7}a_{2k-1}+\sum_{k=1}^{7}a_{2k}$

$=\sum_{k=1}^{7}(a_{2k-1}+a_{2k})$

$=\sum_{k=1}^{14}a_k$

따라서 $\sum_{k=1}^{14}a_k=\frac{7\times 8\times 15}{6}=140$

18. [출제의도] 로그함수의 성질 이해하기

$x-4$, $x-6$은 로그의 진수이므로

$x-4>0$, $x-6>0$에서 $x>6$

방정식 $\log_2(x-4)=\log_{\frac{1}{2}}(x-6)+3$에서

$\log_2(x-4)=-\log_2(x-6)+3$

$\log_2(x-4)(x-6)=3$

$(x-4)(x-6)=2^3$

$x^2-10x+16=(x-2)(x-8)=0$

따라서 $x>6$이므로 $x=8$

19. [출제의도] 도함수를 활용하여 문제해결하기

$f(x)=x^3-3ax^2+40a^2$이라 하자.

x에 대한 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 양의 실근의

개수가 1이려면 $x>0$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프와

x축의 교점의 개수가 1이어야 한다.

$f'(x)=3x^2-6ax=3x(x-2a)=0$에서

$x=0$ 또는 $x=2a(a>0)$

함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면

x	$\cdots$	0	$\cdots$	$2a$	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

$f(0)=40a^2>0$이므로 $f(2a)=0$이어야 한다.

$f(2a)=8a^3-12a^3+40a^2=-4a^2(a-10)=0$

따라서 $a=10$

20. [출제의도] 등차수열을 활용하여 문제해결하기

조건 (나)에서 $b_3+b_5\ne 2b_4$이므로

세 수 b_3, b_4, b_5는 이 순서대로 등차수열을

이루지 않는다. … ㉠

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하자.

$d\ge 0$이면 모든 자연수 n에 대하여 $a_n>0$이 되어

$b_n=a_n$이므로 ㉠을 만족시키지 않는다.

그러므로 $d<0$이며 $a_3>a_4>a_5$이다.

(i) $a_3>a_4>a_5>0$일 때

$b_3=a_3$, $b_4=a_4$, $b_5=a_5$이므로

㉠을 만족시키지 않는다.

(ii) $a_3>a_4>0\ge a_5$일 때

$a_6=a_5+d<0$이므로 $b_6=-2a_6$

$(b_4+b_6)-2b_5=(a_4-2a_6)-2(-2a_5)$

$=(8+3d)-2(8+5d)+4(8+4d)$
$=24+9d$
$=3a_4>0$

$b_4+b_6\neq 2b_5$이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(iii) $a_3>0\geq a_4>a_5$일 때

$a_3=8+2d>0$에서 $d>-4$이고

$a_4=8+3d\leq 0$에서 $d\leq -\frac{8}{3}$이므로

$-4<d\leq -\frac{8}{3}$

$a_6=a_5+d<0$이므로 $b_6=-2a_6$

$b_4=-2a_4,\ b_5=-2a_5,\ b_6=-2a_6$이므로

$b_4+b_6=2b_5$가 성립한다.

$b_3+b_5=2b_4+6$에서

$a_3+(-2a_5)=2\times(-2a_4)+6$

$(8+2d)-2\times(8+4d)=-4\times(8+3d)+6$

$-8-6d=-26-12d,\ d=-3$

(iv) $0\geq a_3>a_4>a_5$일 때

$b_3=-2a_3,\ b_4=-2a_4,\ b_5=-2a_5$이므로

㉠을 만족시키지 않는다.

(i) ~ (iv)에 의하여 등차수열 $\{a_n\}$의 공차가 -3이므로 $a_n=8-3(n-1)=-3n+11$이고

$$b_n=\begin{cases}a_n & (n\leq 3)\\ -2a_n & (n\geq 4)\end{cases}$$

따라서 $\sum_{k=1}^{10}b_k=\sum_{k=1}^{3}a_k-2\sum_{k=4}^{10}a_k$

$=(8+5+2)-2\times\frac{7(a_4+a_{10})}{2}$

$=15-7(-1-19)=155$

21. [출제의도] 도함수를 이용하여 추론하기

조건 (가)에 의하여 함수 $g(x)$는 $x=p$에서 연속이다.

$\lim_{x\to p-}g(x)=\lim_{x\to p-}f(x)=f(p)$이고

$g(p)=kf(0)=0$이므로 $f(p)=0$

$f(x)=x(x-p)(x-a)$(a는 상수)라 하면

$$g(x)=\begin{cases}x(x-p)(x-a) & (x<p)\\ k(x-p)(x-2p)\{x-(a+p)\} & (x\geq p)\end{cases}$$

$p>0$이므로 $0,\ p,\ 2p$는 방정식 $g(x)=0$의 실근이다.

$a=p$ 또는 $a=0$이면 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근이 $0,\ p,\ 2p$뿐이므로

방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 모든 실근의 합이 $3p$가 되어 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(i) $a>p$일 때

방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 모든 실근은 $0,\ p,\ 2p,\ a+p$

$0+p+2p+(a+p)\neq 2p$이므로

조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(ii) $0<a<p$일 때

방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 모든 실근은 $0,\ a,\ p,\ a+p,\ 2p$

$0+a+p+(a+p)+2p\neq 2p$이므로

조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(iii) $a<0$일 때

방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 모든 실근의 합은

$a+0+p+2p=a+3p$

조건 (나)에 의하여 $a+3p=2p$에서 $a=-p$

(i), (ii), (iii)에 의하여

$a=-p$이며 $f(x)=x(x+p)(x-p)$

조건 (가)에 의하여 함수 $g(x)$가 $x=p$에서 미분가능하므로

$\lim_{h\to 0-}\frac{g(p+h)-g(p)}{h}=\lim_{h\to 0-}\frac{(p+h)h(2p+h)}{h}=2p^2,$

$\lim_{h\to 0+}\frac{g(p+h)-g(p)}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{kh(-p+h)(p+h)}{h}$

$=-kp^2$

에서 $2p^2=-kp^2,\ k=-2$

그러므로 $g(x)=\begin{cases}f(x) & (x<p)\\ -2f(x-p) & (x\geq p)\end{cases}$

$f'(x)=3x^2-p^2=0$에서

$x=-\frac{\sqrt{3}}{3}p$ 또는 $x=\frac{\sqrt{3}}{3}p$

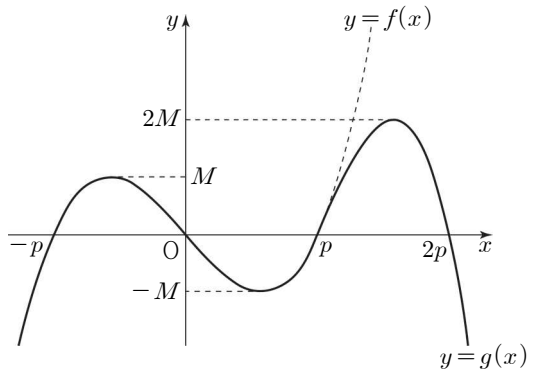
함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면

x	$\cdots$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}p$	$\cdots$	$\frac{\sqrt{3}}{3}p$	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	$\frac{2\sqrt{3}}{9}p^3$	↘	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}p^3$	↗

함수 $f(x)$의 극댓값을 M이라 하면

함수 $f(x)$의 극솟값은 $-M$이다.

$k=-2$이므로 함수 $g(x)$의 극값 중 가장 큰 값은 $2M$이며 함수 $y=g(x)$의 그래프의 개형은 그림과 같다.



함수 $g(x)$의 극값 중 가장 큰 값이 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$이므로

$2M=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$2\times\frac{2\sqrt{3}}{9}p^3=\frac{3\sqrt{3}}{2}$에서 $p=\frac{3}{2}$

그러므로 $f(x)=x^3-\frac{9}{4}x$

따라서 $f(4)=4^3-\frac{9}{4}\times 4=55$

22. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프를 이용하여 추론하기

두 점 A, B 중에서 x좌표가 작은 점을 A라 하고,

점 A의 좌표를 $A(a,\ 2^{a+1}+k)$(a는 실수)라 하자.

직선 AB의 기울기가 1이고 $\overline{AB}=2\sqrt{2}$이므로

$B(a+2,\ 2^{a+1}+k+2)$

점 B가 곡선 $y=2^{x+1}+k$ 위의 점이므로

$2^{a+1}+k+2=2^{(a+2)+1}+k$

$(2^3-2)\times 2^a=2$에서

$2^a=\frac{1}{3},\ a=-\log_2 3$ … ㉠

이제 선분 AB의 중점을 M이라 하자.

점 M의 좌표가 $M(a+1,\ 2^{a+1}+k+1)$이므로

점 M은 곡선 $y=2^x+k+1$ 위의 점이다.

점 M을 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동시킨

점 $M'(a+1,\ 2^{a+1}+k)$는 곡선 $y=2^x+k$ 위에 있고,

점 C는 곡선 $y=\log_2(x-k)+1$ 위에 있으므로

점 C를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동시킨

점 C′은 곡선 $y=\log_2(x-k)$ 위에 있다.

직선 CM의 기울기가 -1이므로

직선 C′M′의 기울기도 -1이고,

두 곡선 $y=2^x+k,\ y=\log_2(x-k)$가 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 점 C′은 점 M′을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점이다.

점 C′의 좌표는 $C'(2^{a+1}+k,\ a+1)$이므로

점 C의 좌표는 $C(2^{a+1}+k,\ a+2)$이다.

삼각형 ABC가 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$인 정삼각형이므로 $\overline{CM}=\sqrt{6}$이고,

직선 CM의 기울기가 -1이므로

점 C의 x좌표와 점 M의 x좌표의 차는 $\sqrt{3}$이다.

$|(2^{a+1}+k)-(a+1)|=\sqrt{3}$

$k=-2^{a+1}+a+1+\sqrt{3}$

또는 $k=-2^{a+1}+a+1-\sqrt{3}$

그러므로 $S=-2\times 2^{a+1}+2a+2$

㉠에 의하여

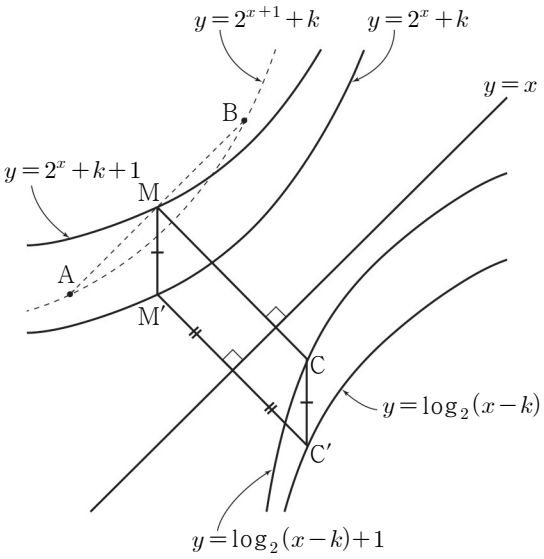
$S=-2\times\frac{2}{3}+2\times(-\log_2 3)+2$

$=\frac{2}{3}-2\log_2 3$

따라서 $2^{-S+\frac{2}{3}}=2^{2\log_2 3}=2^{\log_2 9}=9$

【 참고 】

$k=-2^{a+1}+a+1+\sqrt{3}$일 때의 네 점 M, M′, C, C′의 관계를 나타내면 그림과 같다.



[확률과 통계]

23	③	**24**	④	**25**	①	**26**	⑤	**27**	②
28	①	**29**	68	**30**	398				

23. [출제의도] 같은 것이 있는 순열 계산하기

$a,\ a,\ a,\ b,\ b,\ b,\ c$를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{7!}{3!\times 3!}=140$

24. [출제의도] 확률의 덧셈정리 이해하기

두 사건 $A,\ B$는 서로 배반사건이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{5}{8}$

$P(B)=\frac{5}{8}-P(A)=\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{1}{4}$

따라서 $\mathrm{P}(B^C)=1-\mathrm{P}(B)=\dfrac{3}{4}$

25. [출제의도] 이항정리 이해하기

$(2x^2+1)^4\left(x-\dfrac{1}{2x}\right)$의 전개식에서 x^5의 계수는

다항식 $(2x^2+1)^4$의 전개식에서 x^4, x^6의 계수에 각각 1, $-\dfrac{1}{2}$을 곱한 값의 합이다.

$(2x^2+1)^4$의 전개식에서 일반항은

${}_4\mathrm{C}_r(2x^2)^r={}_4\mathrm{C}_r 2^r x^{2r}$이므로 구하는 값은

${}_4\mathrm{C}_2\times 2^2\times 1+{}_4\mathrm{C}_3\times 2^3\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=24-16=8$

26. [출제의도] 중복순열 이해하기

조건 (가)에 의하여

$a_1=1$, $a_5=5$ 또는 $a_1=2$, $a_5=6$이다.

(i) $a_1=1$, $a_5=5$인 경우

조건 (나)를 만족시키려면

a_2, a_3, a_4 중 적어도 하나는 짝수이어야 하므로

a_2, a_3, a_4의 값을 정하는 경우의 수는

1, 2, 3, 4, 5 중에서 3개를 택하는 중복순열의 수에서 1, 3, 5 중에서 3개를 택하는 중복순열의 수를 뺀 것과 같다.

그러므로 구하는 경우의 수는

${}_5\Pi_3-{}_3\Pi_3=5^3-3^3=98$

(ii) $a_1=2$, $a_5=6$인 경우

a_1과 a_5가 짝수이므로 조건 (나)를 만족시킨다.

a_2, a_3, a_4의 값을 정하는 경우의 수는

2, 3, 4, 5, 6 중에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_5\Pi_3=5^3=125$

(i), (ii)에 의하여 구하는 모든 순서쌍

$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$의 개수는 $98+125=223$

27. [출제의도] 중복조합을 이용하여 추론하기

조건 (가)에 의하여 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$, $f(5)$의 값을 정하는 경우의 수는 1, 2, 3, 4 중에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

이때 조건 (나)에 의하여 1과 3은 적어도 하나씩 택해야 하므로 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$, $f(5)$의 값을 정하는 경우의 수는 1, 2, 3, 4 중에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

$f(1)<f(3)<f(5)$를 만족시키는 일대일대응 f의 개수는 $f(4)$의 값을 정하는 경우의 수와 같으므로 ${}_4\mathrm{C}_1=4$

(b) $f(5)<f(3)$인 경우

$|f(1)-f(5)|\geq 2$인 경우는

$f(1)=2$, $f(4)=3$, $f(5)=4$, $f(3)=5$ 또는

$f(5)=2$, $f(4)=3$, $f(1)=4$, $f(3)=5$뿐이므로

일대일대응 f의 개수는 2

그러므로 구하는 경우의 수는 $4+2=6$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은 $\dfrac{12+6}{120}=\dfrac{3}{20}$

29. [출제의도] 원순열을 활용하여 문제해결하기

조건 (가)에 의하여 6이 적힌 의자와 이웃한 2개의 의자에 적힌 수는 2, 7이거나 4, 5이다.

(i) 6이 적힌 의자와 이웃한 2개의 의자에 적힌 수가 2, 7인 경우

2, 7이 적힌 의자 모두 6이 적힌 의자와 이웃하는 경우의 수는 2!=2

조건 (나)에 의하여 3, 4가 적힌 의자는 모두 7이 적힌 의자와 이웃하지 않아야 하므로

1 또는 5가 적힌 의자 중 하나가 7이 적힌 의자와 이웃해야 한다.

1 또는 5가 적힌 의자 중 하나가 7이 적힌 의자와 이웃하는 경우의 수는 ${}_2\mathrm{C}_1=2$

1, 2, 6, 7 또는 2, 5, 6, 7이 적힌 4개의 의자를 하나의 의자로 생각하여 4개의 의자를 원형으로 배열하는 경우의 수는 $\dfrac{4!}{4}=6$

그러므로 구하는 경우의 수는 $2\times 2\times 6=24$

(ii) 6이 적힌 의자와 이웃한 2개의 의자에 적힌 수가 4, 5인 경우

4, 5가 적힌 의자 모두 6이 적힌 의자와 이웃하는 경우의 수는 2!=2

7이 적힌 의자와 6이 적힌 의자는 이웃하지 않으므로 조건 (나)에 의하여 2, 4가 적힌 의자 중 적어도 하나는 7이 적힌 의자와 이웃하지 않아야 한다.

그러므로 구하는 경우의 수는 조건 (가)를 만족시키도록 7개의 의자를 원형으로 배열하는 경우에서 2, 4가 적힌 의자 모두 7이 적힌 의자와 이웃하는 경우를 제외한 경우의 수이다.

(a) 조건 (가)를 만족시키는 경우

4, 5, 6이 적힌 3개의 의자를 하나의 의자로 생각하여 5개의 의자를 원형으로 배열하는

(i) 2가 적힌 상자에 2의 배수가 적힌 카드를 넣는 경우

2가 적힌 상자에 2 또는 4가 적힌 카드를 넣고

1, 8이 적힌 상자에 남은 두 장의 카드를 하나씩 넣는 경우의 수는 $2\times 2!=4$

4가 적힌 상자에 4개의 공을 넣고

남은 4개의 공을 4개의 상자에 넣는

경우의 수는 서로 다른 4개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로 ${}_4\mathrm{H}_4={}_7\mathrm{C}_4=35$

그러므로 구하는 경우의 수는 $4\times 35=140$

(ii) 4가 적힌 상자에 4의 배수가 적힌 카드를 넣는 경우

4가 적힌 상자에 4가 적힌 카드를 넣고

1, 8이 적힌 상자에 남은 두 장의 카드를 하나씩 넣는 경우의 수는 2!=2

2가 적힌 상자에 2개의 공을 넣고

남은 6개의 공을 4개의 상자에 넣는

경우의 수는 서로 다른 4개에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로 ${}_4\mathrm{H}_6={}_9\mathrm{C}_6=84$

그러므로 구하는 경우의 수는 $2\times 84=168$

(iii) 2가 적힌 상자에 2의 배수가 적힌 카드를 넣지 않고, 4가 적힌 상자에 4의 배수가 적힌 카드를 넣지 않는 경우

2, 4가 적힌 상자에 각각 2개, 4개의 공을 넣고

남은 2개의 공을 4개의 상자에 넣는

경우의 수는 서로 다른 4개에서 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로 ${}_4\mathrm{H}_2={}_5\mathrm{C}_2=10$

(a) 8이 적힌 상자에 2장의 카드를 넣는 경우

2가 적힌 상자에 1이 적힌 카드를 넣고

1, 8이 적힌 상자에 남은 두 장의 카드를 하나씩 넣는 경우의 수는 2!=2

4가 적힌 상자에 1 또는 2가 적힌 카드를 넣고 1, 8이 적힌 상자에 남은 두 장의 카드를 하나씩 넣는 경우의 수는 $2\times 2!=4$

그러므로 구하는 경우의 수는 $2+4=6$

(b) 8이 적힌 상자에 3장의 카드를 넣는 경우

1이 적힌 상자에 1 또는 2 또는 4가 적힌 카드를 넣는 경우의 수는 3

그러므로 구하는 경우의 수는 $10\times(6+3)=90$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$140+168+90=398$