수학 영역

제 2 교시

5지선다형

1. $2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{32}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

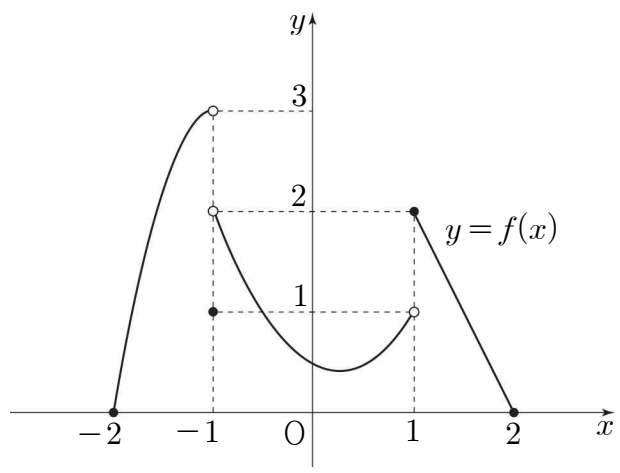
2. 곡선 $y = x^3 + 2x - 1$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선의 기울기는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\frac{d}{dx}f(x) = 3x^2 - 5$이고 $f(0) = 1$일 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 원점을 지나는 곡선 $y=2^{x-a}+b$의 점근선이 직선 $y=-4$일 때, $a+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

6. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin bx+1$의 주기가 3π이고 최댓값과 최솟값의 차가 6일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_a^x f(t)dt=x^2-3ax+2$$

를 만족시킨다. $f(0)>0$일 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 첫째항이 음수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 \times a_5 = 36, \quad a_3 + 2a_4 = 2$$

를 만족시킬 때, a_2의 값은? [3점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

9. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = (x^2 + x)f(x)$$

라 하자. $\lim_{h \to 0} \frac{g(1+h)-4}{h} = 9$일 때, $f(1) \times f'(1)$의 값은? [4점]

① 3 ② $\frac{9}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 9

10. 각 A가 예각인 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? [4점]

(가) $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 15$
(나) 삼각형 ABC의 넓이는 24이다.

① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{65}{8}$ ③ $\frac{35}{4}$ ④ $\frac{75}{8}$ ⑤ 10

11. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}-2a_n & (a_n<0)\\ a_n-3 & (a_n\geq 0)\end{cases}$$

이다.

(나) $a_3=a_1+4$

① $-\frac{2}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ -2

12. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-11t+8$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
ㄴ. 점 P의 가속도가 1이 되는 순간 점 P의 위치는 2이다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는 6이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(28)$의 값은? [4점]

(가) $0 \le x \le 12$인 모든 실수 x에 대하여

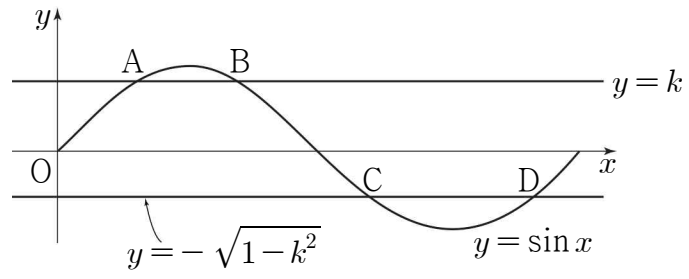
$$\left(\sqrt{2x+1}-1\right)\times f(x)=ax$$

이다. (단, a는 상수이다.)

(나) 모든 실수 k에 대하여 함수 $f(x)$에서 x의 값이 k에서 $k+12$까지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{1}{2}$이다.

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

14. 그림과 같이 곡선 $y=\sin x(0 \le x \le 2\pi)$가 직선 $y=k$와 만나는 두 점을 A, B라 하고, 직선 $y=-\sqrt{1-k^2}$과 만나는 두 점을 C, D라 하자. $\overline{CD}-\overline{AB}=\frac{2}{9}\pi$일 때, 선분 AB의 길이는? (단, k는 $0<k<1$인 상수이다.) [4점]



① $\frac{13}{36}\pi$ ② $\frac{3}{8}\pi$ ③ $\frac{7}{18}\pi$ ④ $\frac{29}{72}\pi$ ⑤ $\frac{5}{12}\pi$

15. $p>1$인 상수 p에 대하여 함수 $f(x)=x^2-px$가 있다.
실수 $t(t>-p)$에 대하여 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와
직선 $y=x+t$가 만나는 점의 x좌표 중 가장 작은 값을 $\alpha(t)$,
가장 큰 값을 $\beta(t)$라 하자.
열린구간 $(-p, \infty)$에서 정의된 함수

$$g(t)=\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)}\{|f(x)|-(x+t)\}dx$$

의 최댓값이 $\frac{1}{2}$일 때, p의 값은? [4점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

단답형

16. 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 $\frac{3}{4}\pi$인 부채꼴의 넓이는 $a\pi$이다. a의 값을 구하시오. [3점]

17. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{7}a_{2k}=\sum_{k=1}^{7}\left(k^2-a_{2k-1}\right)$일 때, $\sum_{k=1}^{14}a_k$의 값을 구하시오. [3점]

18. 방정식

$$\log_2(x-4)=\log_{\frac{1}{2}}(x-6)+3$$

을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

19. x에 대한 방정식 $x^3-3ax^2+40a^2=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 1일 때, 양수 a의 값을 구하시오. [3점]

20. 첫째항이 8인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} -2a_n & (a_n \le 0) \\ a_n & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

(나) $b_3+b_5=2b_4+6, \quad b_4+b_6=2b_5$

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 양수 p와 실수 $k(k \neq 0)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<p) \\ kf(x-p) & (x \geq p) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. (나) x에 대한 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 모든 실근의 합이 $2p$이다.

함수 $g(x)$의 극값 중 가장 큰 값이 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

22. 다음 조건을 만족시키는 곡선 $y=2^{x+1}+k$ 위의 서로 다른 두 점 A, B와 곡선 $y=\log_2(x-k)+1$ 위의 점 C가 존재하도록 하는 모든 실수 k의 값의 합을 S라 하자.

(가) 직선 AB의 기울기는 1이다. (나) 삼각형 ABC는 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$인 정삼각형이다.

$2^{-S+\frac{2}{3}}$의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 7개의 문자 a, a, a, b, b, b, c를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 70 ② 105 ③ 140 ④ 175 ⑤ 210

24. 두 사건 A, B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{5}{8},\quad \mathrm{P}(A)=\frac{3}{8}$$

일 때, $\mathrm{P}(B^C)$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

25. $(2x^2+1)^4\left(x-\frac{1}{2x}\right)$의 전개식에서 x^5의 계수는? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

26. 다음 조건을 만족시키는 6 이하의 자연수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5의 모든 순서쌍 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$의 개수는? [3점]

(가) $a_5-a_1=4$이고,
$2 \le k \le 4$인 모든 자연수 k에 대하여 $a_1 \le a_k \le a_5$이다.
(나) $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5$의 값은 짝수이다.

① 163 ② 178 ③ 193 ④ 208 ⑤ 223

27. 두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to Y$의 개수는? [3점]

(가) $f(1) \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le f(5)$
(나) 1과 3은 함수 f의 치역의 원소이다.

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

28. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 X에서 X로의 모든 일대일대응 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가) $f(1) < f(3)$, $f(2) < f(4)$
(나) 함수 f의 역함수 f^{-1}에 대하여 $|f(1)-f(5)| \ge f^{-1}(1)$이다.

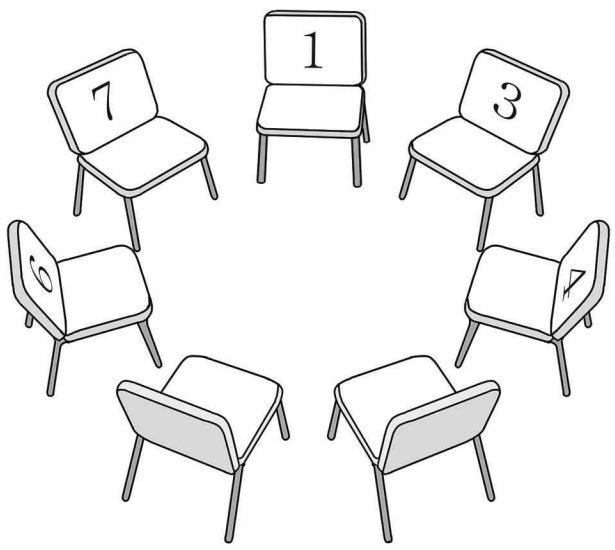
① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{11}{60}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{13}{60}$

4 수학 영역(확률과 통계)

단답형

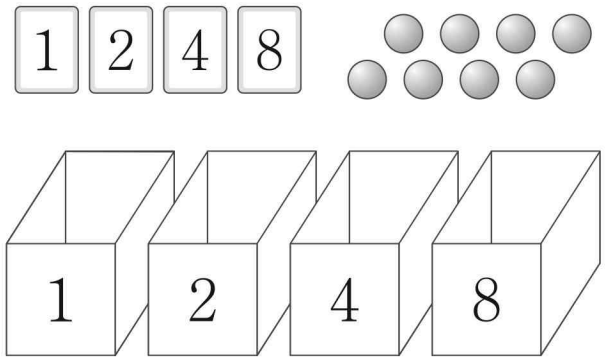
29. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7개의 의자가 있다. 이 7개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) 6이 적힌 의자와 이웃한 2개의 의자에 적힌 두 수의 합은 9이다.
(나) 7이 적힌 의자와 이웃하지 않은 4개의 의자에 적힌 네 수의 곱은 12의 배수이다.



30. 8개의 공과 숫자 1, 2, 4, 8이 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 숫자 1, 2, 4, 8이 하나씩 적혀 있는 4개의 빈 상자에 8개의 공과 4장의 카드를 남김없이 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 공끼리는 서로 구별하지 않고, 공이나 카드를 넣지 않는 상자가 있을 수 있다.) [4점]

(가) 1이 적힌 상자에 들어 있는 카드의 개수는 1이고 8이 적힌 상자에 들어 있는 카드의 개수는 2 이상이다.
(나) $n(n=2, 4, 8)$이 적힌 상자에는 n의 배수가 적힌 카드가 들어 있거나 공이 n개 이상 들어 있다.



※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(미적분)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.