2026학년도 5월 고3 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

※ 본 전국연합학력평가는 17개 시도교육청 주관으로 시행되며, 문제지는 EBSi에서만 제공됩니다. 무단 전재 및 재배포는 금지됩니다.

1	④	**2**	⑤	**3**	③	**4**	⑤	**5**	①
6	①	**7**	⑤	**8**	③	**9**	①	**10**	②
11	④	**12**	②	**13**	②	**14**	③	**15**	⑤
16	24	**17**	140	**18**	8	**19**	10	**20**	155
21	55	**22**	9						

1. [출제의도] 지수법칙 계산하기

$2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{32} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{5}{3}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{5}{3}} = 4$

2. [출제의도] 미분계수 계산하기

$y' = 3x^2 + 2$이므로

곡선 $y = x^3 + 2x - 1$ 위의 점 $(1, 2)$에서의

접선의 기울기는 $3 \times 1^2 + 2 = 5$

3. [출제의도] 부정적분 이해하기

함수 $f(x)$는 $\frac{d}{dx}f(x)$의 한 부정적분이고

$$\int \frac{d}{dx}f(x)dx = \int (3x^2 - 5)dx = x^3 - 5x + C$$

(C는 적분상수)

이므로 $f(x) = x^3 - 5x + c$(c는 상수)

$f(0) = 1$에서 $c = 1$

따라서 $f(x) = x^3 - 5x + 1$이므로 $f(1) = -3$

4. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x) = 3 + 2 = 5$

5. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프 이해하기

곡선 $y = 2^{x-a} + b$의 점근선이 직선 $y = -4$이므로

$b = -4$

곡선 $y = 2^{x-a} - 4$가 원점을 지나므로

$2^{-a} - 4 = 0$에서 $a = -2$

따라서 $a + b = -6$

6. [출제의도] 삼각함수의 그래프 이해하기

함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값이 각각

$a+1$, $-a+1$이므로

$(a+1) - (-a+1) = 2a = 6$에서 $a = 3$

함수 $f(x)$의 주기가 $\frac{2\pi}{b}$이므로

$\frac{2\pi}{b} = 3\pi$에서 $b = \frac{2}{3}$

따라서 $a + b = \frac{11}{3}$

7. [출제의도] 정적분의 성질 이해하기

$\int_a^x f(t)dt = x^2 - 3ax + 2$의 양변을

x에 대하여 미분하면 $f(x) = 2x - 3a$

$f(0) = -3a > 0$에서 $a < 0$

$\int_a^x f(t)dt = x^2 - 3ax + 2$의 양변에 $x = a$를 대입하면

$0 = a^2 - 3a^2 + 2$에서 $a^2 = 1$

$a = -1$이므로 $f(x) = 2x + 3$

따라서 $f(2) = 7$

8. [출제의도] 등비수열을 활용하여 문제해결하기

a_3이 a_1과 a_5의 등비중항이므로 $a_3^2 = 36$

수열 $\{a_n\}$의 공비를 $r(r \neq 0)$이라 하면

$a_3 = a_1 r^2 < 0$이므로 $a_3 = -6$

$a_3 + 2a_4 = a_3 + 2a_3 r = -6 - 12r$

$a_3 + 2a_4 = 2$이므로 $r = -\frac{2}{3}$

$a_3 = a_2 r$에서 $-6 = a_2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

따라서 $a_2 = (-6) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 9$

9. [출제의도] 곱의 미분법 이해하기

$\lim_{h \to 0} \frac{g(1+h)-4}{h} = 9$이고 $\lim_{h \to 0} h = 0$이므로

$\lim_{h \to 0} (g(1+h) - 4) = 0$

함수 $g(x) = (x^2 + x)f(x)$가 다항함수이므로

$\lim_{h \to 0} (g(1+h) - 4) = g(1) - 4 = 0$에서

$g(1) = 2f(1) = 4$, $f(1) = 2$

$\lim_{h \to 0} \frac{g(1+h)-4}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{g(1+h)-g(1)}{h} = g'(1)$이므로

$g'(1) = 9$

또한 $g'(x) = (2x+1)f(x) + (x^2 + x)f'(x)$에서

$g'(1) = 3f(1) + 2f'(1) = 6 + 2f'(1)$이므로

$f'(1) = \frac{3}{2}$

따라서 $f(1) \times f'(1) = 2 \times \frac{3}{2} = 3$

10. [출제의도] 삼각함수를 활용하여 문제해결하기

삼각형 ABC의 넓이가 24이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin A = \frac{1}{2} \times 4 \times 15 \times \sin A = 24$

에서 $\sin A = \frac{4}{5}$

각 A가 예각이므로 $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{3}{5}$

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \cos A$

$= 4^2 + 15^2 - 2 \times 4 \times 15 \times \frac{3}{5} = 169$

에서 $\overline{BC} = 13$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 하면 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$2R = \frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{13}{\frac{4}{5}} = \frac{65}{4}$

따라서 $R = \frac{65}{8}$

11. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이용하여 추론하기

조건 (가)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$에 대하여

(ⅰ) $a_1 < 0$일 때

$a_2 = -2a_1 > 0$이므로 $a_3 = a_2 - 3 = -2a_1 - 3$

조건 (나)에 의하여 $-2a_1 - 3 = a_1 + 4$

$a_1 = -\frac{7}{3}$

(ⅱ) $a_1 \geq 0$일 때

$a_2 = a_1 - 3$

(a) $a_2 \geq 0$일 때

$a_3 = a_2 - 3 = a_1 - 6$이므로

조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(b) $a_2 < 0$일 때

$a_2 = a_1 - 3 < 0$이므로 $a_1 < 3$

$a_3 = -2a_2 = -2(a_1 - 3)$

조건 (나)에 의하여 $-2(a_1 - 3) = a_1 + 4$

$a_1 = \frac{2}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 조건을 만족시키는

모든 수열 $\{a_n\}$의 a_1의 값의 합은 $\left(-\frac{7}{3}\right) + \frac{2}{3} = -\frac{5}{3}$

12. [출제의도] 정적분을 활용하여 문제해결하기

ㄱ. $v(t) = 3t^2 - 11t + 8 = (3t-8)(t-1) = 0$에서

$t = 1$ 또는 $t = \frac{8}{3}$

$0 \leq t < 1$에서 $v(t) > 0$,

$1 < t < \frac{8}{3}$에서 $v(t) < 0$이므로

시각 $t = 1$일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다. (참)

ㄴ. 시각 t에서의 점 P의 가속도를 $a(t)$라 하면

$a(t) = \frac{d}{dt}v(t) = 6t - 11$

$a(t) = 1$에서 $t = 2$

그러므로 점 P의 가속도가 1이 되는 순간의 시각 t는 2이다.

시각 $t = 0$일 때 원점을 출발하므로

점 P의 가속도가 1인 순간 점 P의 위치는

$$0 + \int_0^2 v(t)dt = \int_0^2 (3t^2 - 11t + 8)dt$$

$$= \left[t^3 - \frac{11}{2}t^2 + 8t\right]_0^2$$

$= 2 - 0 = 2$ (참)

ㄷ. 시각 $t = 0$에서 $t = 2$까지 점 P가 움직인 거리는

$\int_0^2 |v(t)|dt$

$= \int_0^2 |3t^2 - 11t + 8|dt$

$= \int_0^1 (3t^2 - 11t + 8)dt + \int_1^2 (-3t^2 + 11t - 8)dt$

$= \left[t^3 - \frac{11}{2}t^2 + 8t\right]_0^1 + \left[-t^3 + \frac{11}{2}t^2 - 8t\right]_1^2$

$= \left(\frac{7}{2} - 0\right) + \left\{-2 - \left(-\frac{7}{2}\right)\right\} = 5$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

13. [출제의도] 평균변화율을 활용하여 문제해결하기

조건 (가)에서

$0 < x \leq 12$일 때 $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{2x+1} - 1}$ … ㉠

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$$f(0) = \lim_{x \to 0+} \frac{ax(\sqrt{2x+1} + 1)}{(\sqrt{2x+1} - 1)(\sqrt{2x+1} + 1)}$$

$$= \lim_{x \to 0+} \frac{ax(\sqrt{2x+1} + 1)}{2x}$$

$$= \lim_{x \to 0+} \frac{a(\sqrt{2x+1} + 1)}{2} = a$$

㉠에 의하여 $f(12) = \frac{12a}{\sqrt{2 \times 12 + 1} - 1} = 3a$

조건 (나)에서 모든 실수 k에 대하여

$\frac{f(k+12) - f(k)}{(k+12) - k} = \frac{1}{2}$

$f(k+12) = f(k) + 6$ … ㉡

㉡의 양변에 $k = 0$을 대입하면

$f(12) = f(0) + 6$, $3a = a + 6$에서 $a = 3$

㉠에 의하여 $f(4) = \frac{12}{\sqrt{2 \times 4 + 1} - 1} = 6$

따라서 ㉡에 의하여

$f(28)=f(16)+6=(f(4)+6)+6=18$

14. [출제의도] 삼각함수의 성질을 활용하여 문제해결하기

점 A의 x좌표를 $a\left(0<a<\frac{\pi}{2}\right)$라 하자.

곡선 $y=\sin x$가 직선 $x=\frac{\pi}{2}$에 대하여 대칭이므로

점 B의 x좌표는 $\pi-a$

$\sin a=k$에서

$-\sqrt{1-k^2}=-\sqrt{1-\sin^2 a}=-\cos a$이고

$\sin\left(\frac{3}{2}\pi\pm a\right)=-\cos a$이며,

곡선 $y=\sin x(0\le x\le 2\pi)$와

직선 $y=-\sqrt{1-k^2}$의 교점은 C, D뿐이므로

두 점 C, D의 x좌표는 각각 $\frac{3}{2}\pi-a$, $\frac{3}{2}\pi+a$이다.

$\overline{AB}=(\pi-a)-a=\pi-2a$

$\overline{CD}=\left(\frac{3}{2}\pi+a\right)-\left(\frac{3}{2}\pi-a\right)=2a$

$\overline{CD}-\overline{AB}=2a-(\pi-2a)=4a-\pi=\frac{2}{9}\pi$에서

$a=\frac{1}{4}\times\left(\frac{2}{9}\pi+\pi\right)=\frac{11}{36}\pi$

따라서 $\overline{AB}=\pi-2\times\frac{11}{36}\pi=\frac{7}{18}\pi$

15. [출제의도] 정적분 이해하기

함수 $y=-f(x)$의 그래프에 접하는 직선 중

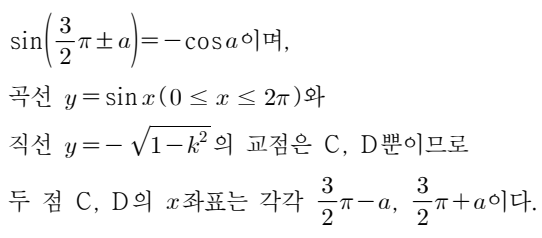
기울기가 1인 직선의 y절편을 t_1이라 하자.

$-p<t<0$ 또는 $t\ge t_1$일 때

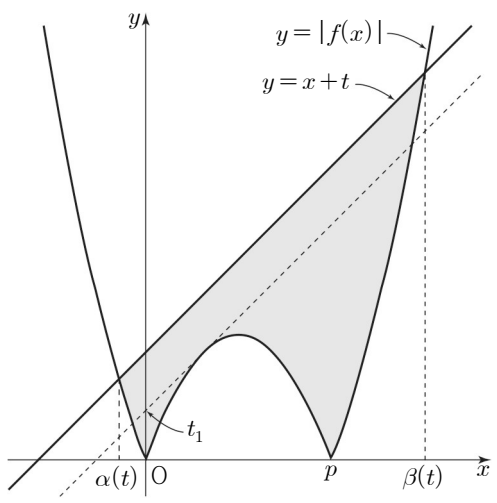
[그림 1], [그림 2]와 같이 $\alpha(t)\le x\le\beta(t)$인

모든 실수 x에 대하여 $|f(x)|\le x+t$이므로

$g(t)=\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)}\{|f(x)|-(x+t)\}dx\le 0$



[그림 1]



[그림 2]

그러므로 함수 $g(t)$는 $0\le t<t_1$에서 최댓값 $\frac{1}{2}$을 갖는다.

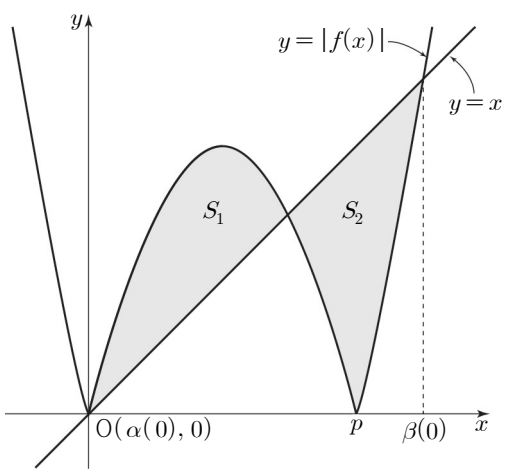
$t=0$일 때의 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와

직선 $y=x+t$의 개형은 [그림 3]과 같고,

함수 $y=|f(x)|$의 그래프와 직선 $y=x$로

둘러싸인 2개 영역의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하면

$g(0)=S_1-S_2$



[그림 3]

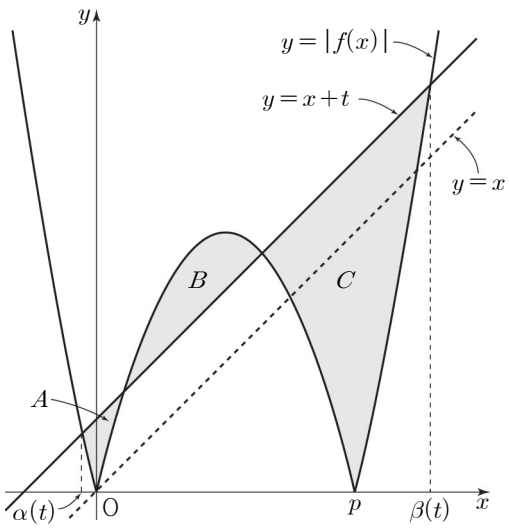
$0<t<t_1$일 때의 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와

직선 $y=x+t$의 개형은 [그림 4]와 같고,

함수 $y=|f(x)|$의 그래프와 직선 $y=x+t$로

둘러싸인 3개 영역의 넓이를 각각 A, B, C라 하면

$g(t)=-A+B-C$



[그림 4]

$0<t<t_1$인 모든 실수 t에 대하여

$B<S_1$, $C>S_2$이므로

$-A+B-C<B-C<S_1-S_2$

그러므로 $0\le t<t_1$인 모든 실수 t에 대하여

$g(t)\le g(0)$이며 $g(0)=\frac{1}{2}$

방정식 $|f(x)|=x$의 해가 0, $p-1$, $p+1$이므로

$\alpha(0)=0$, $\beta(0)=p+1$

$$g(0)=\int_{\alpha(0)}^{\beta(0)}(|f(x)|-x)dx$$
$$=\int_0^{p+1}|f(x)|dx-\int_0^{p+1}x\,dx$$
$$=\int_0^{p}(-f(x))dx+\int_p^{p+1}f(x)dx-\int_0^{p+1}x\,dx$$
$$=\int_0^{p}(-x^2+px)dx+\int_p^{p+1}(x^2-px)dx-\frac{(p+1)^2}{2}$$
$$=\frac{p^3-3p^2-3p-1}{6}=\frac{1}{2}$$

$p^3-3p^2-3p-4=(p-4)(p^2+p+1)=0$

따라서 $p=4$

16. [출제의도] 호도법 이해하기

부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 8^2\times\frac{3}{4}\pi=24\pi$이므로 $a=24$

17. [출제의도] 수열의 합 이해하기

$\sum_{k=1}^{7}a_{2k}=\sum_{k=1}^{7}(k^2-a_{2k-1})=\sum_{k=1}^{7}k^2-\sum_{k=1}^{7}a_{2k-1}$에서

$\sum_{k=1}^{7}k^2=\sum_{k=1}^{7}a_{2k-1}+\sum_{k=1}^{7}a_{2k}$

$=\sum_{k=1}^{7}(a_{2k-1}+a_{2k})$

$=\sum_{k=1}^{14}a_k$

따라서 $\sum_{k=1}^{14}a_k=\frac{7\times 8\times 15}{6}=140$

18. [출제의도] 로그함수의 성질 이해하기

$x-4$, $x-6$은 로그의 진수이므로

$x-4>0$, $x-6>0$에서 $x>6$

방정식 $\log_2(x-4)=\log_{\frac{1}{2}}(x-6)+3$에서

$\log_2(x-4)=-\log_2(x-6)+3$

$\log_2(x-4)(x-6)=3$

$(x-4)(x-6)=2^3$

$x^2-10x+16=(x-2)(x-8)=0$

따라서 $x>6$이므로 $x=8$

19. [출제의도] 도함수를 활용하여 문제해결하기

$f(x)=x^3-3ax^2+40a^2$이라 하자.

x에 대한 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 양의 실근의

개수가 1이려면 $x>0$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프와

x축의 교점의 개수가 1이어야 한다.

$f'(x)=3x^2-6ax=3x(x-2a)=0$에서

$x=0$ 또는 $x=2a(a>0)$

함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면

x	$\cdots$	0	$\cdots$	$2a$	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

$f(0)=40a^2>0$이므로 $f(2a)=0$이어야 한다.

$f(2a)=8a^3-12a^3+40a^2=-4a^2(a-10)=0$

따라서 $a=10$

20. [출제의도] 등차수열을 활용하여 문제해결하기

조건 (나)에서 $b_3+b_5\ne 2b_4$이므로

세 수 b_3, b_4, b_5는 이 순서대로 등차수열을

이루지 않는다. … ㉠

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하자.

$d\ge 0$이면 모든 자연수 n에 대하여 $a_n>0$이 되어

$b_n=a_n$이므로 ㉠을 만족시키지 않는다.

그러므로 $d<0$이며 $a_3>a_4>a_5$이다.

(i) $a_3>a_4>a_5>0$일 때

$b_3=a_3$, $b_4=a_4$, $b_5=a_5$이므로

㉠을 만족시키지 않는다.

(ii) $a_3>a_4>0\ge a_5$일 때

$a_6=a_5+d<0$이므로 $b_6=-2a_6$

$(b_4+b_6)-2b_5=(a_4-2a_6)-2(-2a_5)$

$=(8+3d)-2(8+5d)+4(8+4d)$
$=24+9d$
$=3a_4>0$

$b_4+b_6\neq 2b_5$이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(iii) $a_3>0\geq a_4>a_5$일 때

$a_3=8+2d>0$에서 $d>-4$이고

$a_4=8+3d\leq 0$에서 $d\leq -\frac{8}{3}$이므로

$-4<d\leq -\frac{8}{3}$

$a_6=a_5+d<0$이므로 $b_6=-2a_6$

$b_4=-2a_4,\ b_5=-2a_5,\ b_6=-2a_6$이므로

$b_4+b_6=2b_5$가 성립한다.

$b_3+b_5=2b_4+6$에서

$a_3+(-2a_5)=2\times(-2a_4)+6$

$(8+2d)-2\times(8+4d)=-4\times(8+3d)+6$

$-8-6d=-26-12d,\ d=-3$

(iv) $0\geq a_3>a_4>a_5$일 때

$b_3=-2a_3,\ b_4=-2a_4,\ b_5=-2a_5$이므로

㉠을 만족시키지 않는다.

(i) ~ (iv)에 의하여 등차수열 $\{a_n\}$의 공차가 -3이므로 $a_n=8-3(n-1)=-3n+11$이고

$$b_n=\begin{cases}a_n & (n\leq 3)\\ -2a_n & (n\geq 4)\end{cases}$$

따라서 $\sum_{k=1}^{10}b_k=\sum_{k=1}^{3}a_k-2\sum_{k=4}^{10}a_k$

$=(8+5+2)-2\times\frac{7(a_4+a_{10})}{2}$

$=15-7(-1-19)=155$

21. [출제의도] 도함수를 이용하여 추론하기

조건 (가)에 의하여 함수 $g(x)$는 $x=p$에서 연속이다.

$\lim_{x\to p-}g(x)=\lim_{x\to p-}f(x)=f(p)$이고

$g(p)=kf(0)=0$이므로 $f(p)=0$

$f(x)=x(x-p)(x-a)$(a는 상수)라 하면

$$g(x)=\begin{cases}x(x-p)(x-a) & (x<p)\\ k(x-p)(x-2p)\{x-(a+p)\} & (x\geq p)\end{cases}$$

$p>0$이므로 0, p, $2p$는 방정식 $g(x)=0$의 실근이다.

$a=p$ 또는 $a=0$이면 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근이 0, p, $2p$뿐이므로

방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 모든 실근의 합이 $3p$가 되어 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(i) $a>p$일 때

방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 모든 실근은

$\lim_{h\to 0-}\frac{g(p+h)-g(p)}{h}=\lim_{h\to 0-}\frac{(p+h)h(2p+h)}{h}=2p^2$,

$\lim_{h\to 0+}\frac{g(p+h)-g(p)}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{kh(-p+h)(p+h)}{h}$

$=-kp^2$

에서 $2p^2=-kp^2,\ k=-2$

그러므로 $g(x)=\begin{cases}f(x) & (x<p)\\ -2f(x-p) & (x\geq p)\end{cases}$

$f'(x)=3x^2-p^2=0$에서

$x=-\frac{\sqrt{3}}{3}p$ 또는 $x=\frac{\sqrt{3}}{3}p$

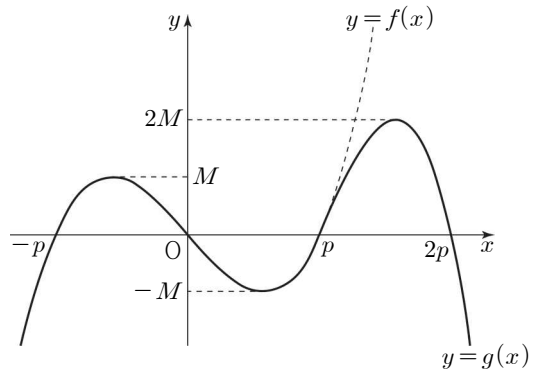
함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면

x	$\cdots$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}p$	$\cdots$	$\frac{\sqrt{3}}{3}p$	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	$\frac{2\sqrt{3}}{9}p^3$	↘	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}p^3$	↗

함수 $f(x)$의 극댓값을 M이라 하면

함수 $f(x)$의 극솟값은 $-M$이다.

$k=-2$이므로 함수 $g(x)$의 극값 중 가장 큰 값은 $2M$이며 함수 $y=g(x)$의 그래프의 개형은 그림과 같다.



함수 $g(x)$의 극값 중 가장 큰 값이 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$이므로

$2M=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$2\times\frac{2\sqrt{3}}{9}p^3=\frac{3\sqrt{3}}{2}$에서 $p=\frac{3}{2}$

그러므로 $f(x)=x^3-\frac{9}{4}x$

따라서 $f(4)=4^3-\frac{9}{4}\times 4=55$

22. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프를 이용하여 추론하기

두 점 A, B 중에서 x좌표가 작은 점을 A라 하고, 점 A의 좌표를 $A(a, 2^{a+1}+k)$(a는 실수)라 하자.

점 C를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동시킨 점 C′은 곡선 $y=\log_2(x-k)$ 위에 있다.

직선 CM의 기울기가 -1이므로

직선 C′M′의 기울기도 -1이고,

두 곡선 $y=2^x+k$, $y=\log_2(x-k)$가 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 점 C′은 점 M′을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점이다.

점 C′의 좌표는 $C'(2^{a+1}+k, a+1)$이므로

점 C의 좌표는 $C(2^{a+1}+k, a+2)$이다.

삼각형 ABC가 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$인 정삼각형이므로 $\overline{CM}=\sqrt{6}$이고,

직선 CM의 기울기가 -1이므로

점 C의 x좌표와 점 M의 x좌표의 차는 $\sqrt{3}$이다.

$|(2^{a+1}+k)-(a+1)|=\sqrt{3}$

$k=-2^{a+1}+a+1+\sqrt{3}$

또는 $k=-2^{a+1}+a+1-\sqrt{3}$

그러므로 $S=-2\times 2^{a+1}+2a+2$

㉠에 의하여

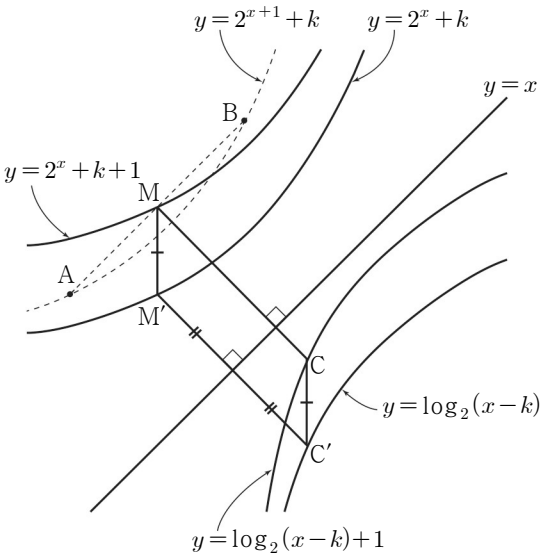
$S=-2\times\frac{2}{3}+2\times(-\log_2 3)+2$

$=\frac{2}{3}-2\log_2 3$

따라서 $2^{-S+\frac{2}{3}}=2^{2\log_2 3}=2^{\log_2 9}=9$

【 참고 】

$k=-2^{a+1}+a+1+\sqrt{3}$일 때의 네 점 M, M′, C, C′의 관계를 나타내면 그림과 같다.



따라서 구하는 함수 f의 개수는 ${}_4\mathrm{H}_3 = {}_6\mathrm{C}_3 = 20$

28. [출제의도] 확률의 뜻을 이용하여 추론하기

X에서 X로의 모든 일대일대응 f의 개수는 $5!=120$

조건 (가)에 의하여 $f(3)\neq 1$, $f(4)\neq 1$

또한 $f(5)=1$이면 $2 \le f(1) \le 5$에서

$1 \le f(1)-f(5) \le 4$가 되어 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

그러므로 가능한 $f^{-1}(1)$의 값은 1, 2이다.

(i) $f^{-1}(1)=1$인 경우

$f(1)=1$이므로 $f(3)$, $f(5)$의 값에 관계없이 $f(1)<f(3)$과 $|f(1)-f(5)| \ge 1$을 만족시킨다.

$f(2)<f(4)$를 만족시키는 일대일대응 f의 개수는 $f(3)$, $f(5)$의 값을 정하는 경우의 수와 같으므로 ${}_4\mathrm{P}_2 = 12$

(ii) $f^{-1}(1)=2$인 경우

$f(2)=1$이므로 $f(4)$의 값에 관계없이 $f(2)<f(4)$를 만족시킨다.

(a) $f(3)<f(5)$인 경우

$f(1)<f(3)<f(5)$이므로 $f(5)$의 값에 관계없이 $|f(1)-f(5)| \ge 2$를 만족시킨다.

경우의 수는 $\dfrac{5!}{5}=24$

(b) 조건 (가)를 만족시키면서 2, 4가 적힌 의자 모두 7이 적힌 의자와 이웃하는 경우

4가 적힌 의자와 6이 적힌 의자가 이웃하므로 2, 4, 5, 6, 7이 적힌 5개의 의자를 하나의 의자로 생각하여 3개의 의자를 원형으로 배열하는 경우의 수는 $\dfrac{3!}{3}=2$

그러므로 구하는 경우의 수는 $2\times(24-2)=44$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$24+44=68$

30. [출제의도] 중복조합을 활용하여 문제해결하기

조건 (가)에 의하여 2, 4가 적힌 상자 중 적어도 하나의 상자에는 카드를 넣을 수 없다.

이때 조건 (나)에 의하여 2, 4가 적힌 상자에 넣는 공의 개수의 합은 2 이상이어야 하므로 공 8개 모두를 8이 적힌 상자에 넣을 수 없다.

그러므로 8이 적힌 카드는 8이 적힌 상자에 넣어야 한다.

[미적분]

23	①	**24**	⑤	**25**	③	**26**	④	**27**	②
28	⑤	**29**	17	**30**	31				

23. [출제의도] 이계도함수 계산하기

$f'(x)=\dfrac{4}{x}$, $f''(x)=-\dfrac{4}{x^2}$

$f''(2)=-\dfrac{4}{2^2}=-1$

24. [출제의도] 급수의 뜻 이해하기

급수 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{3^n}$이 수렴하므로 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3^n}=0$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3^{n+1}}{a_n+3^{n-1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{a_n}{3^n}+3}{\dfrac{a_n}{3^n}+\dfrac{1}{3}}=\frac{0+3}{0+\dfrac{1}{3}}=9$$

25. [출제의도] 삼각함수의 극한 이해하기

직선 OP의 기울기는 $\frac{\sin 2t}{t}$이고

두 직선 OP, PQ가 서로 수직이므로

직선 PQ의 방정식은 $y=-\frac{t}{\sin 2t}(x-t)+\sin 2t$

그러므로 점 Q의 x좌표는 $\frac{\sin^2 2t}{t}+t$

$$\lim_{t\to 0+}\frac{\overline{OQ}}{t}=\lim_{t\to 0+}\left(\frac{\sin^2 2t}{t^2}+1\right)$$
$$=4\lim_{t\to 0+}\left(\frac{\sin 2t}{2t}\right)^2+1$$
$$=4\times 1^2+1=5$$

26. [출제의도] 수열의 극한 이해하기

조건 (가)에 의하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{a_n}-2n}{n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{a_n}}{n}-2\right)=0$$

이므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{a_n}}{n}=2$에서 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^2}=4$

$f(x)$는 다항함수이므로

$a_n=4n^2+an+b$(a, b는 상수)

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{a_n}-2n\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{a_n-4n^2}{\sqrt{a_n}+2n}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{an+b}{\sqrt{4n^2+an+b}+2n}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{a+\frac{b}{n}}{\sqrt{4+\frac{a}{n}+\frac{b}{n^2}}+2}$$
$$=\frac{a}{4}=2$$

에서 $a=8$

조건 (나)에 의하여 a_n+1이 완전제곱식이어야 하므로

$a_n+1=4n^2+8n+b+1=(2n+2)^2+b-3$에서

$b=3$

그러므로 $a_n=4n^2+8n+3$

따라서 $\frac{a_2}{a_1}=\frac{35}{15}=\frac{7}{3}$

27. [출제의도] 여러 가지 미분법을 활용하여 문제해결하기

$\frac{dx}{dt}=2e^t+3e^{-t}$, $\frac{dy}{dt}=2e^t-6e^{-t}$이므로

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{2e^t-6e^{-t}}{2e^t+3e^{-t}}$$

$t=t_1$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은 $-\frac{1}{5}$이므로

$\frac{2e^{t_1}-6e^{-t_1}}{2e^{t_1}+3e^{-t_1}}=-\frac{1}{5}$에서 $12e^{t_1}=27e^{-t_1}$, $\left(e^{t_1}\right)^2=\frac{9}{4}$

$e^{t_1}>0$이므로 $e^{t_1}=\frac{3}{2}$

t_1은 방정식 $2e^t+6e^{-t}=k$의 한 근이므로

$2e^{t_1}+6e^{-t_1}=2\times\frac{3}{2}+6\times\frac{2}{3}=7$에서 $k=7$

방정식 $2e^t+6e^{-t}=7$에서

$2\left(e^t\right)^2-7e^t+6=\left(2e^t-3\right)\left(e^t-2\right)=0$이므로

$e^{t_2}=2$

$t=t_2$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은

$\frac{2e^{t_2}-6e^{-t_2}}{2e^{t_2}+3e^{-t_2}}=\frac{2\times 2-6\times\frac{1}{2}}{2\times 2+3\times\frac{1}{2}}=\frac{2}{11}$이므로 $m=\frac{2}{11}$

따라서 $k+m=7+\frac{2}{11}=\frac{79}{11}$

28. [출제의도] 등비급수를 이용하여 추론하기

조건 (가)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$b_n=a_n$ 또는 $b_n=|a_n|$

$a_1=0$이면 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=b_n=0$

그러므로 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n+1}+b_{2n+1})=0$이 되어 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

$a_1>0$이면 모든 자연수 n에 대하여

$a_{2n-1}>0$이므로 $b_{2n-1}=a_{2n-1}$

$$\sum_{n=2}^{\infty}(a_{2n+1}+b_{2n+1})=\sum_{n=2}^{\infty}2a_{2n+1}$$
$$=\frac{2a_5}{1-\frac{1}{4}}=\frac{a_1}{6}>0$$

이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

그러므로 $a_1<0$

모든 자연수 n에 대하여 $a_{2n}>0$이므로 $b_{2n}=a_{2n}$

모든 자연수 n에 대하여 $a_{2n-1}<0$이므로

$a_{2n-1}+b_{2n-1}=2a_{2n-1}$ 또는 $a_{2n-1}+b_{2n-1}=0$에서

$a_{2n-1}+b_{2n-1}\le 0$

$\sum_{n=2}^{\infty}(a_{2n+1}+b_{2n+1})=0$이므로

2 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$a_{2n+1}+b_{2n+1}=0$, $b_{2n+1}=-a_{2n+1}$

조건 (나)에 의하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n+1}+b_{2n+1})$$

$$=a_3+b_3+\sum_{n=2}^{\infty}(a_{2n+1}+b_{2n+1})=a_3+b_3\neq 0$$

이므로 $b_3=a_3$

$b_1-b_3=3a_3+5$에서 $b_1=4a_3+5=a_1+5$

이때 $b_1=a_1$이면 $b_1\neq a_1+5$이므로

$b_1=-a_1$이고 $a_1=-\frac{5}{2}$

그러므로 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n=\left(-\frac{5}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1},\quad b_n=\begin{cases}|a_n| & (n\neq 3)\\ a_3 & (n=3)\end{cases}$$

따라서

$$\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|-|a_3|+a_3$$
$$=\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|+2a_3$$
$$=\frac{\frac{5}{2}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{5}{4}=\frac{15}{4}$$

29. [출제의도] 삼각함수의 미분을 활용하여 문제해결하기

선분 AB가 반원의 지름이므로 $\angle APB=\frac{\pi}{2}$이고

점 M이 선분 AP의 중점이므로

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\times\overline{AP}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\cos\theta=\cos\theta$

반원의 중심을 O라 하면

삼각형 OPQ는 한 변의 길이가 1인 정삼각형이고,

삼각형 OPA는 이등변삼각형이므로

$\angle QPA=\angle QPO-\angle APO=\frac{\pi}{3}-\theta$

삼각형 PQM의 넓이 $f(\theta)$는

$$f(\theta)=\frac{1}{2}\times\overline{PQ}\times\overline{PM}\times\sin(\angle QPA)$$
$$=\frac{1}{2}\times 1\times\cos\theta\times\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$$
$$=\frac{1}{2}\cos\theta\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos\theta-\cos\frac{\pi}{3}\sin\theta\right)$$
$$=\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}\cos^2\theta-\cos\theta\sin\theta\right)$$

$$f'(\theta)=\frac{1}{4}\{\sqrt{3}\times 2\cos\theta(-\sin\theta)$$
$$-(-\sin\theta)\sin\theta-\cos\theta\cos\theta\}$$
$$=\frac{1}{4}\left(-2\sqrt{3}\cos\theta\sin\theta+\sin^2\theta-\cos^2\theta\right)$$

$\overline{AP}=2\cos a=\frac{6}{5}$에서 $\cos a=\frac{3}{5}$, $\sin a=\frac{4}{5}$이므로

$$f'(a)=\frac{1}{4}\left(-2\sqrt{3}\cos a\sin a+\sin^2 a-\cos^2 a\right)$$
$$=\frac{1}{4}\left\{-2\sqrt{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2\right\}$$
$$=\frac{7}{100}-\frac{6}{25}\sqrt{3}$$

에서 $p=\frac{7}{100}$, $q=-\frac{6}{25}$

따라서 $100\times|p+q|=100\times\left|\frac{7}{100}-\frac{6}{25}\right|=17$

30. [출제의도] 여러 가지 미분법을 이용하여 추론하기

조건 (가)에 의하여 함수 $h(x)-|g(x)|$는

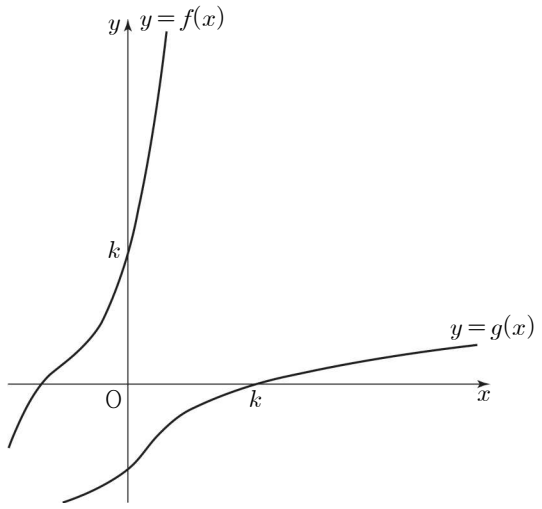
$x=k$에서 연속이다.

삼차함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이므로 함수 $|g(x)|$는 $x=k$에서 연속이다. 그러므로 함수 $h(x)$는 $x=k$에서 연속이다.

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 역함수 $g(x)$를 가지므로

모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\ge 0$ … ㉠

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프의 개형은 그림과 같다.



$x>0$일 때 $f(x)>k$이므로 $x>k$일 때 $g(x)>0$

$$\lim_{x\to k+}h(x)=\lim_{x\to k+}\frac{x\ln(1+3|g(x)|)}{g(x)}$$
$$=\lim_{x\to k+}\left(3x\times\frac{\ln(1+3g(x))}{3g(x)}\right)=3k$$

$x<0$일 때 $f(x)<k$이므로 $x<k$일 때 $g(x)<0$

$$\lim_{x\to k-} h(x) = \lim_{x\to k-} \frac{x\ln(1+3|g(x)|)}{g(x)}$$
$$= \lim_{x\to k-} \left(-3x \times \frac{\ln(1-3g(x))}{-3g(x)}\right) = -3k$$

따라서 $f(3)=31$

정삼각형이다.

$\angle PFF' = \frac{\pi}{3}$이므로 직각삼각형 $PF'F$에서

$\overline{PF'} = \sqrt{3}c$