# 수학 영역

## 제 2 교시



5지선다형

*1.* $2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{32}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

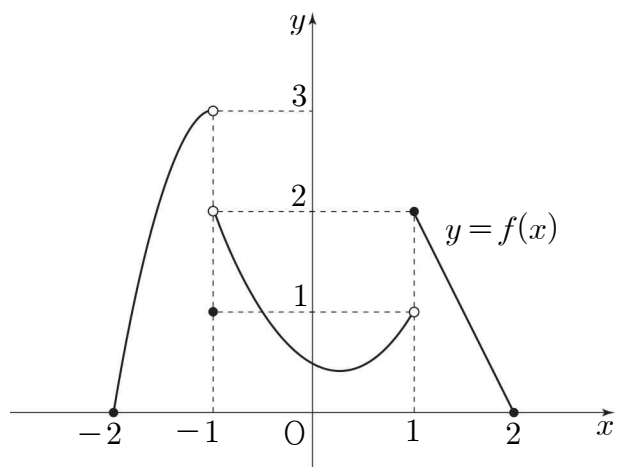
*2.* 곡선 $y = x^3 + 2x - 1$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선의 기울기는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

*3.* 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\frac{d}{dx}f(x) = 3x^2 - 5$이고 $f(0) = 1$일 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① $-1$ ② $-2$ ③ $-3$ ④ $-4$ ⑤ $-5$

*4.* 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.




$\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**5.** 원점을 지나는 곡선 $y=2^{x-a}+b$의 점근선이 직선 $y=-4$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a$와 $b$는 상수이다.) [3점]

① $-6$ ② $-4$ ③ $-2$ ④ $0$ ⑤ $2$

**6.** 두 양수 $a$, $b$에 대하여 함수 $f(x)=a\sin bx+1$의 주기가 $3\pi$이고 최댓값과 최솟값의 차가 $6$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{11}{3}$ ② $4$ ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $5$

**7.** 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여

$$\int_a^x f(t)dt=x^2-3ax+2$$

를 만족시킨다. $f(0)>0$일 때, $f(2)$의 값은? (단, $a$는 상수이다.) [3점]

① $3$ ② $4$ ③ $5$ ④ $6$ ⑤ $7$

*8.* 첫째항이 음수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 \times a_5 = 36, \quad a_3 + 2a_4 = 2$$

를 만족시킬 때, $a_2$의 값은? [3점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

*9.* 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = (x^2 + x)f(x)$$

라 하자. $\lim_{h \to 0} \frac{g(1+h)-4}{h} = 9$일 때, $f(1) \times f'(1)$의 값은? [4점]

① 3 ② $\frac{9}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 9

*10.* 각 $A$가 예각인 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? [4점]

(가) $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 15$
(나) 삼각형 ABC의 넓이는 24이다.

① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{65}{8}$ ③ $\frac{35}{4}$ ④ $\frac{75}{8}$ ⑤ 10

*11.* 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1$의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}-2a_n & (a_n<0)\\ a_n-3 & (a_n\geq 0)\end{cases}$$

이다.

(나) $a_3=a_1+4$

① $-\frac{2}{3}$ ② $-1$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-2$

*12.* 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-11t+8$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
ㄴ. 점 P의 가속도가 1이 되는 순간 점 P의 위치는 2이다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는 6이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**13.** 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(28)$의 값은? [4점]

(가) $0 \le x \le 12$인 모든 실수 $x$에 대하여

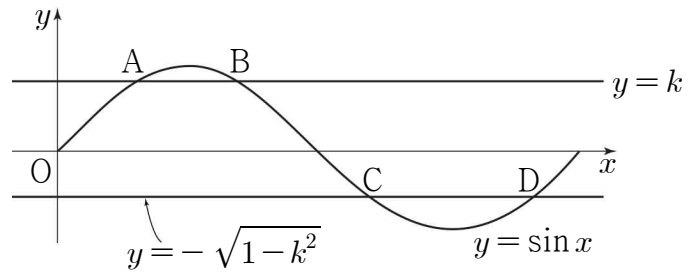
$$\left(\sqrt{2x+1}-1\right)\times f(x)=ax$$

이다. (단, $a$는 상수이다.)

(나) 모든 실수 $k$에 대하여 함수 $f(x)$에서 $x$의 값이 $k$에서 $k+12$까지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{1}{2}$이다.

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

**14.** 그림과 같이 곡선 $y=\sin x(0 \le x \le 2\pi)$가 직선 $y=k$와 만나는 두 점을 A, B라 하고, 직선 $y=-\sqrt{1-k^2}$과 만나는 두 점을 C, D라 하자. $\overline{CD}-\overline{AB}=\frac{2}{9}\pi$일 때, 선분 AB의 길이는? (단, $k$는 $0<k<1$인 상수이다.) [4점]




① $\frac{13}{36}\pi$ ② $\frac{3}{8}\pi$ ③ $\frac{7}{18}\pi$ ④ $\frac{29}{72}\pi$ ⑤ $\frac{5}{12}\pi$

*15.* $p>1$인 상수 $p$에 대하여 함수 $f(x)=x^2-px$가 있다.
실수 $t(t>-p)$에 대하여 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와
직선 $y=x+t$가 만나는 점의 $x$좌표 중 가장 작은 값을 $\alpha(t)$,
가장 큰 값을 $\beta(t)$라 하자.
열린구간 $(-p, \infty)$에서 정의된 함수

$$g(t)=\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)}\{|f(x)|-(x+t)\}dx$$

의 최댓값이 $\frac{1}{2}$일 때, $p$의 값은? [4점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

**단답형**

*16.* 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 $\frac{3}{4}\pi$인 부채꼴의 넓이는 $a\pi$이다. $a$의 값을 구하시오. [3점]

*17.* 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{7}a_{2k}=\sum_{k=1}^{7}\left(k^2-a_{2k-1}\right)$일 때, $\sum_{k=1}^{14}a_k$의 값을 구하시오. [3점]

*18.* 방정식

$$\log_2(x-4)=\log_{\frac{1}{2}}(x-6)+3$$

을 만족시키는 실수 $x$의 값을 구하시오. [3점]

*19.* $x$에 대한 방정식 $x^3-3ax^2+40a^2=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 1일 때, 양수 $a$의 값을 구하시오. [3점]

*20.* 첫째항이 8인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 $n$에 대하여

$$b_n=\begin{cases} -2a_n & (a_n \le 0) \\ a_n & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

(나) $b_3+b_5=2b_4+6, \quad b_4+b_6=2b_5$

*21.* 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 양수 $p$와 실수 $k(k \neq 0)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<p) \\ kf(x-p) & (x \geq p) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.<br>(나) $x$에 대한 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 모든 실근의 합이 $2p$이다. |

함수 $g(x)$의 극값 중 가장 큰 값이 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

*22.* 다음 조건을 만족시키는 곡선 $y=2^{x+1}+k$ 위의 서로 다른 두 점 A, B와 곡선 $y=\log_2(x-k)+1$ 위의 점 C가 존재하도록 하는 모든 실수 $k$의 값의 합을 $S$라 하자.

| |
|---|
| (가) 직선 AB의 기울기는 1이다.<br>(나) 삼각형 ABC는 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$인 정삼각형이다. |

$2^{-S+\frac{2}{3}}$의 값을 구하시오. [4점]

**※ 확인 사항**

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

# 수학 영역(미적분)



5지선다형

*23.* 함수 $f(x)=4\ln x$에 대하여 $f''(2)$의 값은? [2점]

① $-1$ ② $-2$ ③ $-3$ ④ $-4$ ⑤ $-5$

*24.* 수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{3^n}$이 수렴할 때,

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3^{n+1}}{a_n+3^{n-1}}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

*25.* 실수 $t(0 < t < \frac{\pi}{2})$에 대하여 곡선 $y = \sin 2x$ 위의 점 $\mathrm{P}(t, \sin 2t)$를 지나고 직선 OP에 수직인 직선이 $x$축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim_{t \to 0+} \frac{\overline{\mathrm{OQ}}}{t}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

*26.* 다항함수 $f(x)$에 대하여 수열 $\{a_n\}$의 일반항을

$$a_n = f(n)$$

이라 하자. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{a_2}{a_1}$의 값은? [3점]

(가) $\lim_{n \to \infty} \left( \sqrt{a_n} - 2n \right) = 2$

(나) 모든 자연수 $n$에 대하여 $\sqrt{a_n + 1}$의 값은 자연수이다.

① $\frac{11}{6}$ ② 2 ③ $\frac{13}{6}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

*27.* 매개변수 $t$로 나타내어진 곡선

$$x=2e^{t}-3e^{-t},\quad y=2e^{t}+6e^{-t}$$

을 $C$라 하자. 상수 $k$에 대하여 $t$에 대한 방정식 $2e^{t}+6e^{-t}=k$는 서로 다른 두 실근 $t_1$, $t_2$를 갖는다. 곡선 $C$에서 $t=t_1$일 때 $\frac{dy}{dx}$의 값은 $-\frac{1}{5}$이고, $t=t_2$일 때 $\frac{dy}{dx}$의 값은 $m$이다. $k+m$의 값은? [3점]

① $\frac{75}{11}$ ② $\frac{79}{11}$ ③ $\frac{83}{11}$ ④ $\frac{87}{11}$ ⑤ $\frac{91}{11}$

*28.* 공비가 $-\frac{1}{2}$인 등비수열 $\{a_n\}$과 수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 $n$에 대하여
$$(b_n-a_n)(b_n-|a_n|)=0$$
이다.

(나) $\sum_{n=k}^{\infty}(a_{2n+1}+b_{2n+1})=0$을 만족시키는 자연수 $k$의 최솟값은 2이다.

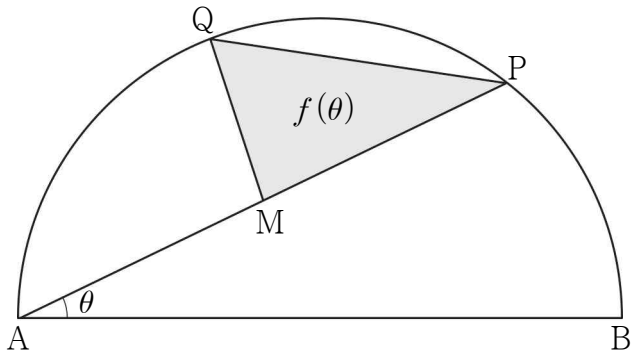
$b_1-b_3=3a_3+5$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$의 값은? [4점]

① $-\frac{9}{4}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

# 4 수학 영역(미적분)

**단답형**

*29.* 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 점 P를 $\angle \mathrm{BAP}=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{3}\right)$가 되도록 잡고, 호 AP 위에 점 Q를 $\overline{\mathrm{PQ}}=1$이 되도록 잡는다. 선분 AP의 중점을 M이라 할 때, 삼각형 PQM의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. $\overline{\mathrm{AP}}=\frac{6}{5}$이 되도록 하는 $\theta$의 값을 $a$라 할 때, $f'(a)=p+q\sqrt{3}$이다. $100\times|p+q|$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 유리수이다.) [4점]




*30.* 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 역함수 $g(x)$를 갖는다. 함수 $h(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여

$$g(x)h(x)=x\ln(1+3|g(x)|)$$

이고 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $g(k)=0$인 상수 $k$에 대하여
함수 $h(x)-|g(x)|$는 $x=k$에서 미분가능하다.
(나) $4g'(f(1))=3f(1)-4$

**※ 확인 사항**

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.