제 2 교시

# 수학 영역

**5 지 선 다 형**

*1.* $4^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

*2.* 함수 $f(x)=2x^2+x+2$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

*3.* 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1=2,\quad 2a_2+a_7=30$$

일 때, $a_{10}$ 의 값은? [3점]

① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

*4.* 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-2 & (x<2) \\ 3x & (x\geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 $a$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**5.** 함수 $f(x)=(x+1)(2x^2-5x+1)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

**6.** 두 양수 $a$, $b$가

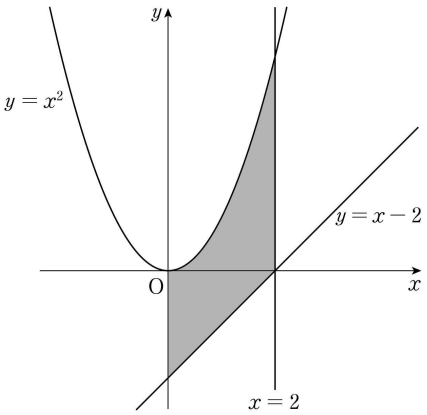
$$\log_3 a^2=4,\quad \log_9 ab=\frac{5}{2}$$

를 만족시킬 때, $\frac{b}{a}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

**7.** 곡선 $y=x^2$과 $y$축 및 두 직선 $y=x-2$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5



**8.** $\cos\theta = 4\sin\theta$ 이고 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) < 0$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$ ② $-\frac{\sqrt{17}}{17}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

**9.** 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + a$ 가 최댓값 $M$, 최솟값 4를 가질 때, $M$의 값은? (단, $a$는 상수이다.) [4점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

**10.** 양수 $k$에 대하여 곡선 $y = \log_2(x-k)$가 $x$축과 만나는 점을 A라 하자. 직선 $y = 2$가 곡선 $y = \log_2(x-k)$와 만나는 점을 B, $y$축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

**11.** 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t\,(t\geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-24t+36$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 25이다.
ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동 방향은 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는 37이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**12.** $a_1=3$, $a_2=10$인 수열 $\{a_n\}$과 모든 항이 양수인 등비수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}=n^2+n$$

을 만족시킨다. 다음은 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}$의 값을 구하는 과정이다.

$n=1$일 때, $\frac{a_1}{b_1+1}=2$에서 $b_1=\frac{1}{2}$이다.
2 이상의 모든 자연수 $n$에 대하여
$\frac{a_n}{b_n+1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_k+1}$이므로
$\frac{a_n}{b_n+1}=$ (가) $\times n$ …… ㉠
이다.
$n=1$일 때도 ㉠이 성립하므로 모든 자연수 $n$에 대하여
$\frac{a_n}{n}=$ (가) $\times(b_n+1)$ …… ㉡
이다.
그러므로 등비수열 $\{b_n\}$의 공비는 (나)이다.
따라서 ㉡에 의하여 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}=$ (다)이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 $p$, $q$, $r$이라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 136 ② 137 ③ 138 ④ 139 ⑤ 140

**13.** 함수 $f(x)=x^3-4x^2+6x-8$에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(1,\,-5)$에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자.
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 Q에서의 접선과 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

**14.** 두 상수 $a\,(a\neq 0)$, $b$에 대하여 닫힌구간 $[0,\,2\pi]$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 3\sin x & (0\le x<\pi) \\ a\cos x+b & (\pi\le x\le 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0\le t\le 2\pi$인 실수 $t$에 대하여 $x$에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$를 만족시키는 모든 $x$의 값의 합이 $\frac{7}{4}\pi$가 되도록 하는 서로 다른 모든 실수 $t$의 개수가 4일 때, $a^2+b^2$의 값은? [4점]

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

**15.** 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 두 상수 $a$, $b$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -xf(x)-ax^2 & (x \le 0) \\ \dfrac{1}{4}f(x)-bx^2 & (x>0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

(가) 집합 $\{x \mid g(x)=-27\}$의 원소의 개수는 2이다.
(나) $\{x \mid g(x)=-27\} \subset \{x \mid g'(x)=0\}$

① $\frac{85}{4}$ ② $\frac{87}{4}$ ③ $\frac{89}{4}$ ④ $\frac{91}{4}$ ⑤ $\frac{93}{4}$

**단답형**

**16.** 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=3$이고, 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_{n+1}=a_n^2-3n$$

을 만족시킨다. $a_3$의 값을 구하시오. [3점]

**17.** 함수 $f(x)=4x^3-3x^2+2$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(1)=5$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점]

**18.** 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$이고 $\cos A=-\frac{1}{4}$일 때, $\overline{BC}^2$의 값을 구하시오. [3점]

**19.** 함수 $f(x)=x^3-6x^2+ax+b$는 $x=1$에서 극대이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 5일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, $a$와 $b$는 상수이다.) [3점]

**20.** 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_n=\begin{cases} n & (n\text{이 }5\text{의 배수가 아닌 경우}) \\ -4n+10 & (n\text{이 }5\text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $20\le\sum_{k=1}^{m}a_k<30$을 만족시키는 모든 자연수 $m$의 값의 합을 구하시오. [4점]

**21.** 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x (f(t)-|f(t)|)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $x \geq k$인 모든 실수 $x$에 대하여 $g'(x)=0$을 만족시키는 실수 $k$의 최솟값이 2이다.
(나) $g(2)=-8$

**22.** 자연수 $k$에 대하여 두 함수

$$f(x)=2^x,\ g(x)=2\times 4^x+\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

이 있다. 실수 $t$에 대하여 직선 $x=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{1}{5}$이 되도록 하는 실수 $t$의 개수가 2이고 이 두 실수의 합을 $p$라 할 때, $k\times\left(\frac{1}{2}\right)^p$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

# 수학 영역(기하)

**5 지 선 다 형**

*23.* 포물선 $y^2 = 20x$ 의 준선이 $x = k$ 일 때, 상수 $k$ 의 값은? [2점]

① $-5$ ② $-4$ ③ $-3$ ④ $-2$ ⑤ $-1$

*24.* 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{25} = 1$ 의 단축의 길이가 6 일 때, 이 타원의 두 초점 사이의 거리는? (단, $a$ 는 양수이다.) [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

**25.** 쌍곡선 $\frac{x^2}{5a^2}-\frac{y^2}{a^2+1}=1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y=-\frac{1}{2}x$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, $a$는 양수이다.) [3점]

① $2\sqrt{5}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $6\sqrt{5}$ ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $10\sqrt{5}$

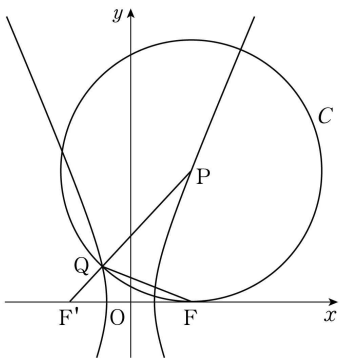
**26.** 포물선 $y^2=4px\,(p>0)$ 의 초점을 지나고 기울기가 $\frac{4}{3}$ 인 직선이 이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 점 P와 이 포물선의 준선 사이의 거리가 20일 때, $p$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**27.** 두 점 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)\,(c>0)$을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원이 있다. 점 F를 지나고 기울기가 양수인 직선이 이 타원과 만나는 점 중 $y$좌표가 양수인 점을 P, $y$좌표가 음수인 점을 Q라 하자.
$\overline{\mathrm{FP}}:\overline{\mathrm{FQ}}=1:2$, $\overline{\mathrm{F'P}}:\overline{\mathrm{F'Q}}=3:2$일 때, $c$의 값은? [3점]

① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

**28.** 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)\,(c>0)$을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 선분 F'P가 이 쌍곡선과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하고, 점 P를 중심으로 하고 점 Q를 지나는 원을 $C$라 하자. 원 $C$가 $x$축과 점 F에서 접하고 $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{FQ}}=1$일 때, 원 $C$의 반지름의 길이는? [4점]

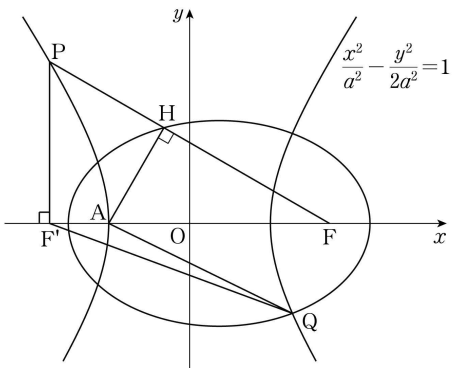



① $\frac{3\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{12}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{7}$

**단답형**

*29.* 초점이 $F(p, 0)\,(p>0)$이고 준선이 $x=-p$인 포물선과 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $r\,(r>p)$인 원 $C$가 있다. 원 $C$가 $x$축과 만나는 점 중 $x$좌표가 양수인 점을 A라 하고, 원 $C$가 이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 점 P에서 이 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\cos(\angle PHF)=\frac{\sqrt{3}}{3}$이고 사각형 APHF의 넓이가 $54\sqrt{2}$일 때, $p+r$의 값을 구하시오. [4점]

*30.* 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)\,(c>0)$을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{2a^2}=1$이 있다. 이 쌍곡선의 꼭짓점 중 $x$좌표가 음수인 점을 A라 하고, 점 F′을 지나고 $x$축에 수직인 직선이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제2사분면에 있는 점을 P라 하자. 점 A에서 선분 PF에 내린 수선의 발을 H라 하자. 두 점 A, F를 초점으로 하고 점 H를 지나는 타원이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제4사분면에 있는 점을 Q라 하자. $\overline{AQ}+\overline{F'Q}=6+8\sqrt{3}$일 때, 이 타원의 장축의 길이는 $p+q\sqrt{3}$이다. $p^2+q^2$의 값을 구하시오.
(단, $a$는 양수이고, $p$와 $q$는 유리수이다.) [4점]




* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.