제 2 교시

# 수학 영역

**5 지 선 다 형**

*1.* $4^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

*2.* 함수 $f(x)=2x^2+x+2$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

*3.* 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1=2,\quad 2a_2+a_7=30$$

일 때, $a_{10}$ 의 값은? [3점]

① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

*4.* 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-2 & (x<2) \\ 3x & (x\geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 $a$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**5.** 함수 $f(x)=(x+1)(2x^2-5x+1)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

**6.** 두 양수 $a$, $b$가

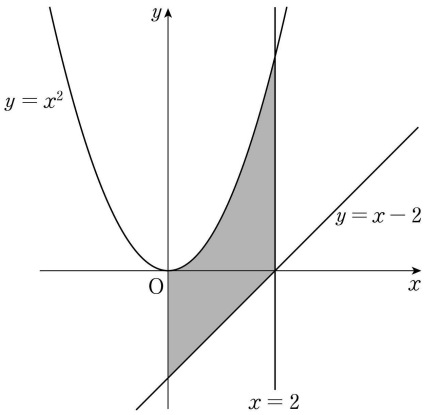
$$\log_3 a^2=4,\quad \log_9 ab=\frac{5}{2}$$

를 만족시킬 때, $\frac{b}{a}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

**7.** 곡선 $y=x^2$과 $y$축 및 두 직선 $y=x-2$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5



**8.** $\cos\theta = 4\sin\theta$ 이고 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) < 0$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$ ② $-\frac{\sqrt{17}}{17}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

**9.** 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + a$ 가 최댓값 $M$, 최솟값 4를 가질 때, $M$의 값은? (단, $a$는 상수이다.) [4점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

**10.** 양수 $k$에 대하여 곡선 $y = \log_2(x-k)$가 $x$축과 만나는 점을 A라 하자. 직선 $y = 2$가 곡선 $y = \log_2(x-k)$와 만나는 점을 B, $y$축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

**11.** 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t\,(t\geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-24t+36$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 25이다.
ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동 방향은 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는 37이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**12.** $a_1=3$, $a_2=10$인 수열 $\{a_n\}$과 모든 항이 양수인 등비수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}=n^2+n$$

을 만족시킨다. 다음은 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}$의 값을 구하는 과정이다.

$n=1$일 때, $\frac{a_1}{b_1+1}=2$에서 $b_1=\frac{1}{2}$이다.
2 이상의 모든 자연수 $n$에 대하여
$\frac{a_n}{b_n+1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_k+1}$이므로
$\frac{a_n}{b_n+1}=$ (가) $\times n$ …… ㉠
이다.
$n=1$일 때도 ㉠이 성립하므로 모든 자연수 $n$에 대하여
$\frac{a_n}{n}=$ (가) $\times(b_n+1)$ …… ㉡
이다.
그러므로 등비수열 $\{b_n\}$의 공비는 (나)이다.
따라서 ㉡에 의하여 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}=$ (다)이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 $p$, $q$, $r$이라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 136 ② 137 ③ 138 ④ 139 ⑤ 140

**13.** 함수 $f(x)=x^3-4x^2+6x-8$에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(1,\,-5)$에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자.
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 Q에서의 접선과 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

**14.** 두 상수 $a\,(a\neq 0)$, $b$에 대하여 닫힌구간 $[0,\,2\pi]$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 3\sin x & (0\le x<\pi) \\ a\cos x+b & (\pi\le x\le 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0\le t\le 2\pi$인 실수 $t$에 대하여 $x$에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$를 만족시키는 모든 $x$의 값의 합이 $\frac{7}{4}\pi$가 되도록 하는 서로 다른 모든 실수 $t$의 개수가 4일 때, $a^2+b^2$의 값은? [4점]

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

**15.** 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 두 상수 $a$, $b$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -xf(x)-ax^2 & (x \le 0) \\ \dfrac{1}{4}f(x)-bx^2 & (x>0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

(가) 집합 $\{x \mid g(x)=-27\}$의 원소의 개수는 2이다.
(나) $\{x \mid g(x)=-27\} \subset \{x \mid g'(x)=0\}$

① $\frac{85}{4}$ ② $\frac{87}{4}$ ③ $\frac{89}{4}$ ④ $\frac{91}{4}$ ⑤ $\frac{93}{4}$

**단답형**

**16.** 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=3$이고, 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_{n+1}=a_n^2-3n$$

을 만족시킨다. $a_3$의 값을 구하시오. [3점]

**17.** 함수 $f(x)=4x^3-3x^2+2$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(1)=5$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점]

**18.** 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$이고 $\cos A=-\frac{1}{4}$일 때, $\overline{BC}^2$의 값을 구하시오. [3점]

**19.** 함수 $f(x)=x^3-6x^2+ax+b$는 $x=1$에서 극대이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 5일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, $a$와 $b$는 상수이다.) [3점]

**20.** 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_n=\begin{cases} n & (n\text{이 }5\text{의 배수가 아닌 경우}) \\ -4n+10 & (n\text{이 }5\text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $20\le\sum_{k=1}^{m}a_k<30$을 만족시키는 모든 자연수 $m$의 값의 합을 구하시오. [4점]

**21.** 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x (f(t)-|f(t)|)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $x \geq k$인 모든 실수 $x$에 대하여 $g'(x)=0$을 만족시키는 실수 $k$의 최솟값이 2이다.
(나) $g(2)=-8$

**22.** 자연수 $k$에 대하여 두 함수

$$f(x)=2^x,\ g(x)=2\times 4^x+\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

이 있다. 실수 $t$에 대하여 직선 $x=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{1}{5}$이 되도록 하는 실수 $t$의 개수가 2이고 이 두 실수의 합을 $p$라 할 때, $k\times\left(\frac{1}{2}\right)^p$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

# 수학 영역(미적분)

**5 지 선 다 형**

**23.** $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2(12n+1)}{4n^3-1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**24.** 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(3n+2)a_n=6,\ \lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{n}=2$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}a_nb_n$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**25.** 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sqrt{n+2}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}a_n$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

**26.** 자연수 $a$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty} \frac{5a^{2n}+(2a)^{n+1}}{a^{2n}+(2a)^n} = a+1$$

을 만족시키는 모든 자연수 $a$의 값의 합은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

**27.** 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 $a_n$인 직선이
> 점 $(2n-1, 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $n$인
> 원과 서로 다른 두 점에서 만나고
> 점 $(2n+1, 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $n+1$인
> 원과 만나지 않는다.

$\lim_{n\to\infty} n\left(3-\frac{1}{a_n^{\,2}}\right)$의 값은? [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

**28.** 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2+5$가 있다.

두 자연수 $p$, $q$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}px^2+\frac{1}{2}qx+5 & (x<0)\\ 5 & (x\geq 0)\end{cases}$$

이라 하자.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$h(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(f(x)\right)^{2n+1}+5^{2n}\times g(x)}{\left(f(x)\right)^{2n}+5^{2n}}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 $k$의 개수가 7이다.

> 자연수 $n$에 대하여 직선 $y=\left(k-\frac{1}{2^n}\right)x+5$가
> 함수 $y=h(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $a_n$이라
> 할 때, $\lim_{n\to\infty} a_n=4$이다.

$p+q+h(4)$의 값은? [4점]

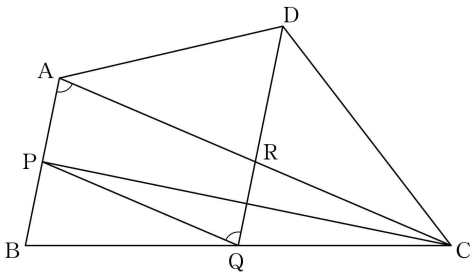
① 38 ② 41 ③ 44 ④ 47 ⑤ 50

**단답형**

*29.* 그림과 같이 자연수 $n$에 대하여 $\overline{AC}=\overline{BC}=4n+2$인 사각형 ABCD가 있다. 선분 AB의 중점을 P, 선분 BC의 중점을 Q라 하고, 선분 DQ가 선분 AC와 만나는 점을 R이라 하자.

$\angle CAB=\angle PQR$, $\overline{CP}=\sqrt{15n^2+16n+4}$, $\overline{DR}:\overline{DC}=1:2$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\left(\overline{DR}-\frac{4}{3}n\right)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]




*30.* 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 $k$의 값의 합을 구하시오. (단, $k$는 20 이하의 자연수이다.) [4점]

두 정수 $a$, $b$에 대하여

$\lim_{n\to\infty}|a|(a+b)^n$의 값과 $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2a+2b-20}{k}\right|^n$의 값이 모두 존재하며

$\lim_{n\to\infty}|a|(a+b)^n=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2a+2b-20}{k}\right|^n$이 되도록 하는 정수 $a$, $b$의 모든 순서쌍 $(a, b)$의 개수는 19이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.