제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt[3]{2}\times 4^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x)=x^3+3x+2$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1a_2=\frac{1}{2},\quad a_2a_3=2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x & (x<a) \\ x-4 & (x\geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 함수 $f(x)=(x+1)(x^2+3x+1)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

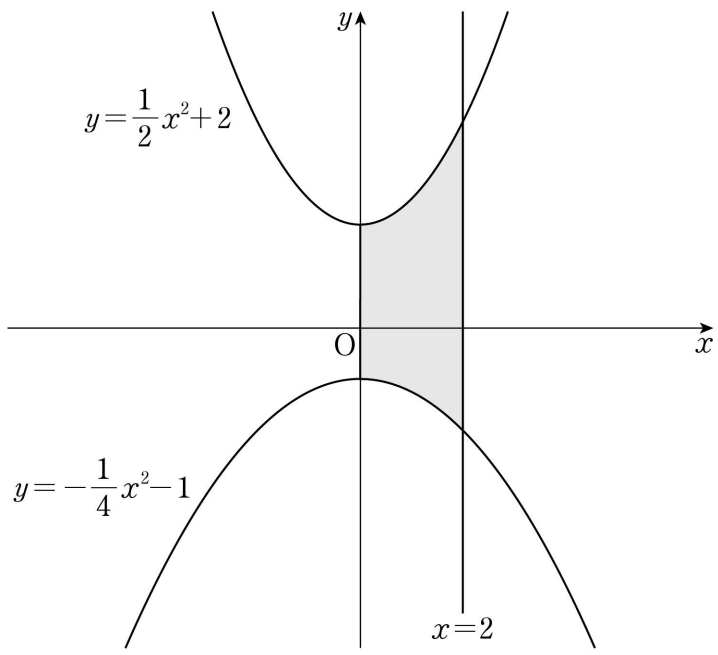
① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

6. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\tan^2\theta=2$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 두 곡선 $y=\frac{1}{2}x^2+2$, $y=-\frac{1}{4}x^2-1$ 및 두 직선 $x=0$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9



8. 두 양수 $a\,(a \neq 1)$, b가

$$\log_a b = 2, \quad \log_2 a + \log_4 b = 8$$

을 만족시킬 때, $\dfrac{b}{a}$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

9. $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)(x-3)}{(x-a)^2} = 5$를 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

10. 첫째항이 18인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_2 + a_9 = 0$일 때, $|S_k| = 48$을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합은? [4점]

① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 a에 대하여 시각이 $t\,(t\geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t^2-(a+5)t+8$$

이다. 시각 $t=4$에서 점 P의 운동 방향이 바뀔 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. a의 값은 1이다.
ㄴ. 시각 $t=3$일 때 점 P의 위치는 6이다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리는 10이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 두 상수 $a\,(a>1)$, $k\,(k>0)$에 대하여 곡선 $y=a^x$이 두 직선 $x=k$, $x=k+2$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-2}$이 두 직선 $x=k$, $x=k+2$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{AC}+\overline{BD}=6$일 때, $a\times k$의 값은? [4점]

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

13. 다항함수 $f(x)$가 $f'(0)=1$이고 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=(f'(x)+2)(f'(x)-2)$$

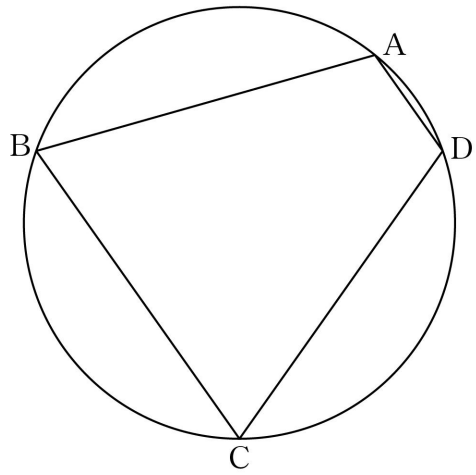
를 만족시킬 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 3인 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{AB}=3\overline{AD},\quad \overline{CB}=\overline{CD},\quad \cos(\angle DCB)=\frac{1}{3}$$

이다.



다음은 사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하는 과정이다.

삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여

$\overline{BD}=$ (가)

이다. 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AD}=$ (나), $\overline{AB}=3\times$ (나)

이다. 삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{CB}=\overline{CD}=$ (다)

이다. 따라서 사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=4\times$ (나) $+2\times$ (다)

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $\frac{q\times r}{p}$의 값은? [4점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

15. 사차함수 $f(x)=x^4-10x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여
$f(4)-f(1)=f'(1)\times(x-1)-f'(4)\times(x-4)$이다.

(나) 실수 t에 대하여 직선 $y=k(x-t)+f(t)$가 곡선 $y=f(x)$에 접하도록 하는 실수 k 중에서 $|k|$의 최솟값을 $g(t)$라 하면 $g(0)=0$이다.

$f\left(\frac{7}{2}\right)<0$일 때, $f(5)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

단 답 형

16. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{7}(a_k+1)=30$일 때, $\sum_{k=1}^{7}3a_k$의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)=3x^2+4x-1$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(0)=1$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x)=4\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+a$의 최솟값이 1이다.

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

19. 삼차함수 $f(x)=2ax^3-3ax^2+6$이 닫힌구간 $[0, 2]$에서 최댓값 8, 최솟값 -2를 가질 때, $f(-2)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

20. 상수 $a\,(a>1)$에 대하여

두 함수 $f(x)=\sqrt{3}a^x$, $g(x)=\log_a\frac{x}{\sqrt{3}}$가 있다.

직선 $y=-x-\frac{2}{3}$가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점을 A라 하고,

직선 $y=-x+\frac{2}{3}$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 B, C라 하자.

점 $\mathrm{D}\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$에 대하여 삼각형 CBA와 삼각형 BAD가 서로 닮음일 때, a^2의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $x=2$에서 극솟값 $\frac{5}{2}$를 갖는다. $t \geq 2$인 모든 실수 t에 대하여

$$\int_0^t \left|f'(x)\right| dx = f(t)+f(0)$$

일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \frac{1}{2}(a_n+1)+n & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ a_n+n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_3=a_6$

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(1, 3)$, $\vec{b}=(-2, 1)$에 대하여 $\vec{a}-2\vec{b}=(k, 1)$일 때, k의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{36}=1$의 한 점근선의 방정식이 $y=2x$일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

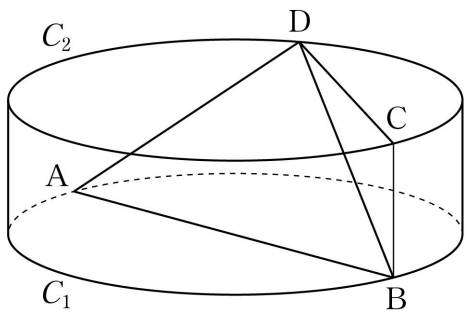
25. 좌표공간의 점 $A(1, 2, k)\,(k>0)$을 xy평면에 대하여 대칭이동한 점을 B, 점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 C라 하자. 선분 AB의 길이가 4일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

26. 양수 p에 대하여 포물선 $y^2=4px$ 위의 점 P에서의 접선의 방정식이 $y=2x+1$일 때, 점 P와 이 포물선의 준선 사이의 거리는? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

27. 그림과 같이 지름의 길이가 8인 두 원 C_1, C_2를 두 밑면으로 하는 원기둥이 있고, 원 C_1 위에 $\overline{AB}=8$인 두 점 A, B가 있다. 점 B에서 원 C_2를 포함하는 평면에 내린 수선의 발을 C라 하자. 원 C_2 위의 점 D에 대하여 두 직선 AB, CD가 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$이고 삼각형 ABD의 넓이가 24일 때, 이 원기둥의 높이는? [3점]



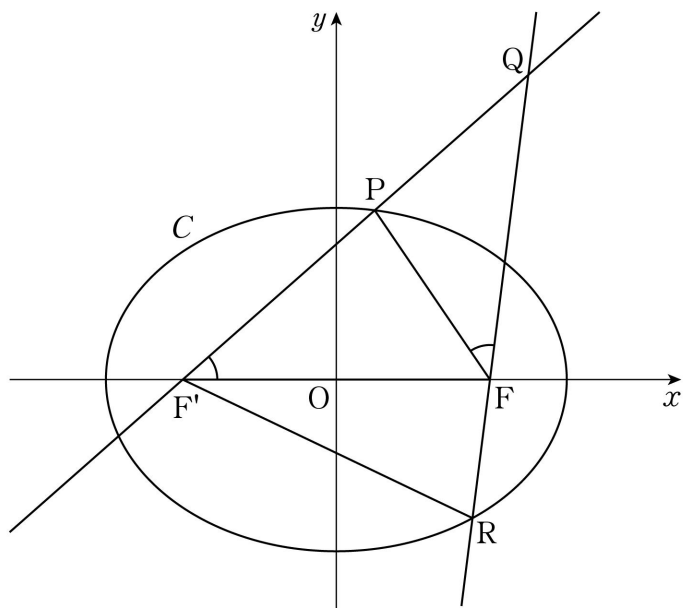
① $\sqrt{22}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{26}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{30}$

28. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ $(c>0)$인 타원 C가 있다. 타원 C 위에 있는 제1사분면 위의 점 P에 대하여 직선 F′P 위에 점 Q를 선분 F′Q의 길이와 타원 C의 장축의 길이가 같도록 잡을 때, 직선 FQ가 타원 C와 만나는 점 중 y좌표가 음수인 점을 R이라 하자.

직선 F′P의 기울기가 $\frac{\sqrt{7}}{3}$이고, $\angle FF'P=\angle QFP$이다.

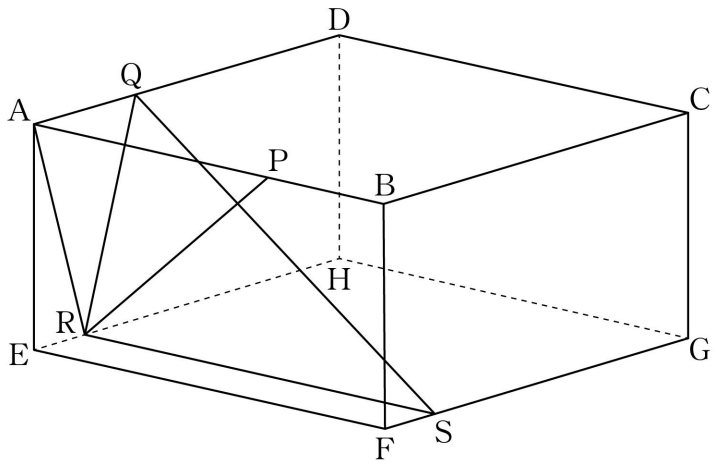
삼각형 PFQ의 넓이가 $6\sqrt{7}$일 때, 삼각형 F′RQ의 둘레의 길이는? [4점]

① $20\sqrt{2}$ ② $22\sqrt{2}$ ③ $24\sqrt{2}$ ④ $26\sqrt{2}$ ⑤ $28\sqrt{2}$



단 답 형

29. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{AD}=6$, $\overline{AE}=3$인 직육면체 ABCD－EFGH가 있다. 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 P, 선분 AD를 1:2로 내분하는 점을 Q라 하자. 선분 EH 위의 점 R과 선분 FG 위의 점 S에 대하여 두 직선 RS, EF는 서로 평행하다. 삼각형 QRS의 넓이가 $3\sqrt{10}$이고 $\overline{ER}<2$일 때, 삼각형 ARP의 평면 QRS 위로의 정사영의 넓이를 S라 하자. $25S^2$의 값을 구하시오. [4점]



30. 좌표평면에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=3$인 예각삼각형 ABC와 선분 AC 위의 점 P, 직선 BP 위의 점 Q가

$$5\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC},\quad \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{PB},\quad \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}>0$$

을 만족시킨다. 삼각형 APQ의 넓이가 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$일 때,

$\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.